دانشگاه ………..

دانشکده مهندسی …………

مهندسی ……………

Feedback control Of MIMO System

استاد ……………….

دانشجو ……………….

سیستمهای چند متغیره MIMO

1. انتخاب یک سیستم 2 ورودی 2 خروجی
2. تعیین صفرهای انتقال و دکوپله و قطبها
3. در صورت داشتن صفر انتقال سمت راست با جایابی صفر انتقال آنرا به محل مناسب جابجا کنید.
4. دکوپله سازی به کمک فیدبک حالت و بدست آوردن کلیه معادلات و ماتریسهای لازم
5. تحلیل پایداری به روش نایکویست
6. انتخاب پیکربندی مناسب
7. در صورت داشتن صفر عنصر سمت راست و یا تداخل شدید پیش جبران ساز مناسب اعمال گردد.
8. طراحی جبران ساز ترتیبی مناسب

توجه :

1. پروژه ها به صورت انفرادی بایستی انجام شود.
2. سیستم بایستی از یک مقاله معتبر جدید برداشته شده باشد در غیر اینصورت بخشی از نمره کسر می شود.
3. سیستم جبران شده بایستی بگونه ای باشد که بخوبی ورودی های پله و سینوسی را دنبال کند.
4. نوشتن گزارش کامل از نتایج در محیط word به فرمت ارائه شده در کلاس

همراه گزارش می بایست m-file ها هم ارائه شود.

**جواب قسمت اول : کنترل مسئله چهار تانک توسط کنترلر فیدبک حالت**

**- معرفی مدل چهار تانک:**



هدف کنترل سطح آب در دو تانک پایینی با استفاده از پمپ ها می باشد.

ورودی های فرایند v1 و v2 (ولتاژهای ورودی پمپ ها) و خروجی ها y1 و y2(ولتازهای دریافتی از سنسورهای سظح سنج) می باشند.براساس قوانین برنولی و تادل جرم ها داریم:

$$\frac{dh\_{1}}{dt}= -\frac{a\_{1}}{A\_{1}} \sqrt{2gh\_{1}}+\frac{a\_{3}}{A\_{1}}\sqrt{2gh\_{3}}+\frac{γ\_{1}k\_{1}}{A\_{1}}ν\_{1} $$

$$\frac{dh\_{2}}{dt}= -\frac{a\_{2}}{A\_{2}} \sqrt{2gh\_{2}}+\frac{a\_{4}}{A\_{2}}\sqrt{2gh\_{4}}+\frac{γ\_{2}k\_{2}}{A\_{2}}ν\_{2} $$

$$\frac{dh\_{3}}{dt}= -\frac{a\_{3}}{A\_{3}} \sqrt{2gh\_{3}}+\frac{\left(1-γ\_{2}\right)k\_{2}}{A\_{3}}ν\_{2}-\frac{d\_{1}k\_{d\_{1} }}{A\_{3}} $$

$$\frac{dh\_{4}}{dt}= -\frac{a\_{4}}{A\_{4}} \sqrt{2gh\_{4}}+\frac{\left(1-γ\_{1}\right)k\_{1}}{A\_{4}}ν\_{1}-\frac{d\_{1}k\_{d\_{2} }}{A\_{4}} $$

به طوریکه:

$A\_{i}$: سطح مقطع تانک i

$a\_{i}$: سطح مقطع سوراخهای خروجی

$h\_{i}$: سطح آب.

مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای این فرایند آزمایشگاهی به این ترتیب می باشد:



با خطی­سازی معادلات اخیر حول شرایط کاری معینی فرم فضای حالت سیستم به صورت زیر نوشته خواهد شد.

$$\dot{x}= \left[\begin{array}{c}-\frac{1}{T\_{1}} 0 \frac{A\_{3}}{A\_{1}T\_{3}} 0\\ 0 -\frac{1}{T\_{2}} 0 \frac{A\_{4}}{A\_{2}T\_{3}}\\ 0 0 -\frac{1}{T\_{3}} 0\\ 0 0 0 -\frac{1}{T\_{4}}\end{array}\right]x+\left[\begin{array}{c}\frac{γ\_{1}k\_{1}}{A\_{1}} 0 \\0 \frac{γ\_{1}k\_{1}}{A\_{2}}\\ 0 \frac{ (1-γ\_{2})k\_{2}}{A\_{3}}\\\frac{(1-γ\_{1})k\_{1}}{A\_{4}} 0 \end{array}\right]u $$

$$y=\left[\begin{array}{c}kc 0 0 0\\0 kc 0 0 \end{array}\right]x$$

بردار حالت در این سیستم x=[h1 h2 h3 h4]T و ورودی کنترلی u=[ν1 ν1]T و خروجی y=[h1 h2]T است. و پارامترهای سیستم در جدول زیر بیان شده است. تابع تبدیل این سیستم برابر است با :

G(s) =$\left[\begin{array}{c} \frac{ γ\_{1}c\_{1}}{T\_{1}s+1} \frac{ \left(1-γ\_{2}\right)c\_{2}}{(T\_{1}s+1)(T\_{3}s+1)}\\\frac{ \left(1-γ\_{1}\right)c\_{1}}{(T\_{2}s+1)(T\_{4}s+1)} \frac{γ\_{2 c\_{2}}}{T\_{2}s+1} \end{array}\right]$

که cj=$\frac{T\_{j}k\_{j}}{A\_{j}}$ و j=1,2 و Ti=$\frac{A\_{i}}{a\_{i}}\sqrt{\frac{2h\_{i}^{o}}{g}}$ است.

با استفاده از فرم فضای حالت سیستم و جدول پارامترهای سیستم می­توانیم تابع تبدیل سیستم را بدست آوریم :

G(s) =$\left[\begin{array}{c} \frac{1.5}{63s+1} \frac{2.5}{(39s+1)(63s+1)}\\\frac{ 1.4}{(56s+1)(91s+1)} \frac{0.1623}{91s+1} \end{array}\right]$

**جواب قسمت دوم:**

بدست آوردنِ مقادیرِ ویژه یا قطبهای انتقالِ یک سامانه می‌تواند دید نسبتاً خوبی در مورد رفتارِ آن به ما بدهد.

با تشکیل ماتریس زیر و استفاده از دستور rank در متلب مشاهده می­کنیم که رنک این ماتریس برابر 6 است.

RSM=$\left[\begin{array}{c} sI-A B\\ -C D \end{array}\right]$

Rank(RSM)=6

 ولی به ممکن است به ازای مقادیر خاصی رنک ماتریس اسمیت مک میلان کاهش رتبه دهد.با استفاده از دستور متلب tzero صفرهای انتقالی برابر است با :

صفرهای انتقالی= [-0.02564,-0.01587,-0.01786,-0.01099]

همانطور که می­دانید صفرهای دیکوپله معادل با مقادیری از s هستند که به ازای آنها ماتریس [sI-A,B] به ازای آنها نقص رتبه پیدا می­کند. صفرهای دیکوپله کتناظر با مدهای کنترل ناپذیر و رویت ناپذیر سیستم هستند که در هنگام تشکیل تابع تبدیل حذف می­شوند. با استفاده از دستور tzero(A,[],C,[]) می­توان مدهای مشاهده ناپدیر سیستم تانک را شناسایی نمود :

صفرهای دیکوپله= Empty matrix: 0-by-1

مشاهده می­شود که هیچ صفر دیکوپله ای ندارد.

قطب­های سیستم برابر با قطب­های هرکدام از درایه­های سیستم می­باشد، که در این مسئله برابر با :

P1= -1/63 , p2= -1/39 , p3= -1/91, p4= -1/56

مشاهده می‌کنیم که قطبها و صفر انتقالِ سامانه همگی در سمت چپ محور موهومی قرار دارند، لذا انتظار داریم که پاسخِ سامانه به ورودیِ پلة واحد، پایدار و غیر‌مینیمم فاز باشد.

**2-1- بررسی رفتار زمانی و فرکانسی سیستم چهار تانک**

 در نرم‌افزارِ Matlab پاسخِ پله واحد سیستم کنترل نشده به صورت نمودار(2) خواهد شد.

همانطور که از شکل مشخص است ، خروجيهاي 1 و 2 نه تنها از نظر پاسخ حالت گذرا نامناسب هستند (بالازدگي و پايين زدگي زياد وزمان خيز و زمان استقرار طولاني) بلکه پاسخ حالت ماندگار آنها هم داراي خطاي زيادي مي باشد.

از طرفي با توجه به پاسخ به دست آمده مي بينيم که ورودي 1 برخروجي 2 و ورودي 2 بر خروجي 1اثرگذار مي باشد. به عبارت ديگر اندرکنش زيادي بين متغيرهاي سيستم و وروديها و خروجيها موجود است.

نمودارِ(2)- پاسخِ پله واحدِحلقه بازِ سیستم بدون کنترل‌کننده

شکل (3) نمودار بود اين سيستم را نشان مي دهد. همانطور که مشخص است اين سيستم داراي فرکانس گذرا از صفر dB بسيار کم حدود 0.02 راديان بر ثانيه مي باشد. سيستم از نظر حاشيه فاز و حاشيه بهره وضعيت مناسبي دارد يعني پايدار مي باشد اما همانطور که از پاسخ پله سيستم هم استنتاج شد با توجه به دامنه زياد نمودار بود درالمانهاي (2و1) و (1و2) سيستم داراي اندرکنش زيادي مي باشد.

هدف از کنترل اين سيستم حذف اندرکنش زياد بين وروديها و خروجيها، از بين بردن خطاي ماندگار سيستم ورسيدن به مقدار خروجي مطلوب پاسخ پله و بهبود پاسخ گذراي سيستم مي باشد.

|  |
| --- |
|  |
| شکل (3)- نمودار بود سيستم کنترل نشده سیستم |

 همانطور که می­دانید صفرهای دیکوپله معادل با مقادیری از s هستند که به ازای آنها ماتریس [sI-A,B] به ازای آنها نقص رتبه پیدا می­کند. صفرهای دیکوپله کتناظر با مدهای کنترل ناپذیر و رویت ناپذیر سیستم هستند که در هنگام تشکیل تابع تبدیل حذف می­شوند. با استفاده از دستور tzero(A,[],C,[]) می­توان مدهای مشاهده ناپدیر سیستم تانک را شناسایی نمود :

صفرهای دیکوپله= Empty matrix: 0-by-1

مشاهده می­شود که هیچ صفر دیکوپله ای ندارد.

**جواب قسمت سوم:** از آنجایی که سیستم هیچ صفری در سمت راست ندارد لذا نیازی به انتقال صفرها نیست.

**جواب قسمت چهارم :**کنترلر فیدبک حالت برای سیستم MIMO

سیستم MIMO زیر را در نظر بگیرید :

|  |
| --- |
| $\dot{x}(t)= Ax(t) + Bu(t)$  |
| $y\left(t\right)=Cx(t) $  |

طوری که x$\in $Rn×1 و A$\in $Rn×n و B$\in $Rn×p و u$\in $Rp×1 و y$\in $Rq×1 و C$\in $Rq×n باشد. به کمک ماتریس تابع تبدیل:

$$B^{\*}=\lim\_{s→\infty }D\left(s\right)G(s)$$

که D(s) عبارت است از:

$D\left(s\right)=diag(s^{d1},s^{d2},…,s^{dm}$)

که di همان اندیس های دکوپله سازی هستند. آنگاه میتوان رابطه اخیر فوق را به شکل زیر نوشت:

$$u=(B^{\*})^{-1}[-\overbar{B}x\left(t\right)+v\left(t\right)]$$

که:

$$\overbar{B}=\left[\begin{matrix}c1^{T}A^{d1}\\\vdots \\c2^{T}A^{d2}\end{matrix}\right]$$

 و با اعمال قانون کنترلی بدست آمده به سیستم:

$\dot{x}=\left(A-B\left(B^{\*}\right)^{-1}\overbar{B}\right)x\left(t\right)+B\left(B^{\*}\right)^{-1}$v(t)

$y=\left(C-D\left(B^{\*}\right)^{-1}\overbar{B}\right)x\left(t\right)+D\left(B^{\*}\right)^{-1}$v(t)

در اینجا با توجه به تعریف اندیسهای دکوپله سازی:d1=1 و d2=1. بنابراین :

$$D\left(s\right)=\left[\begin{matrix}s&0\\0&s\end{matrix}\right]$$

و استفاده از فرمول های بالا:

$$B^{\*}=\left[\begin{matrix}0.0238&0\\0&0.0018\end{matrix}\right]$$

$$\overbar{B}=\left[\begin{matrix}\begin{matrix}-0.0159&0\\0&-0.011\end{matrix}&\begin{matrix}0.0256&0\\0&0.0179\end{matrix}\end{matrix}\right]$$

و ماتریس های فضای حالت جدید به صورت زیر خواهد بود:

$$A-B\left(B^{\*}\right)^{-1}\overbar{B}=\left[\begin{matrix}\begin{matrix}0.0163&0\\0& 0.2046\end{matrix} \\\begin{matrix} 0 &0.4783\\0.0374 &0\end{matrix}\end{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}-0.0262&0\\0& -0.333\end{matrix}\\\begin{matrix} -0.0256 &-0.7783\\ -0.0601 & -0.0179\end{matrix}\end{matrix}\right]$$

$$B\left(B^{\*}\right)^{-1}=\left[\begin{matrix}\begin{matrix}2.0253&0\\0& 19.5998\end{matrix}\\\begin{matrix} 0 &43.4819\\ 2.3491 &0\end{matrix}\end{matrix}\right]$$

$$C-D\left(B^{\*}\right)^{-1}\overbar{B}=C$$

$$D\left(B^{\*}\right)^{-1}=0$$

حال برای اینکه بخواهیم سیستم دکوپله شده حلقه بسته پایدار باشد ماتریس $\hat{D}$ را به صورت زیر انتخاب میکنیم:

$$\hat{D}=\left[\begin{matrix}(s+1)^{}&0\\0&s+1\end{matrix}\right]$$

و لذا

$$\hat{D}G=\left[\begin{array}{c} \frac{1.5(s+1)}{(63s+1)} \frac{2.5(s+1)}{(39s+1)(63s+1)}\\\frac{ 1.4(s+1)}{(56s+1)(91s+1)} \frac{0.1623(s+1)}{(91s+1)} \end{array}\right]$$

که یک تحقق آنرا بصورت $\left\{A,B,\hat{C,}B^{\*}\right\}$ به دست می آوریم. که سیستم حلقه بسته با این فیدیک حالت عبارت است از:

$$\dot{x}=\left(A-B\left(B^{\*}\right)^{-1}\hat{C}\right)x\left(t\right)+B\left(B^{\*}\right)^{-1}$$

$$y=Cx(t)$$

وتابع تبدیل حلقه بسته متناطر عبارت است از:
$$\hat{D}^{-1}=\left[\begin{matrix}\frac{1}{(s+1)}&0\\0&\frac{1}{(s+1)}\end{matrix}\right]$$

**جواب قسمت پنجم و ششم :**

|  |
| --- |
|  |
| **شكل 2- پاسخ پله سيستم حلقه بسته پس از اعمال فیدبک حالت** |

****

**شكل 3- دیاگرام نایکوییست پس از اعمال فیدبک حالت**

پاسخ پله سيستم و نمودار نایکوییست در شکل (2) و (3) رسم شده است همانطور که مشخص است در این روش با غالب قطري کردن اثر اندرکنش بين متغيرها را از بين برد. شکل (3) نشان مي دهد که المان (l,l) والمان (2و2) ماتريس تابع تبديل سيستم نقطه -1+j0 را در بر نميگيرد و سیستم پایدار است.

پارامترهاي مختلف پاسخ پله به قرار زير هستند:

حداکثر خطاي ماندگار (ess): 0001.0 (اختلاف از 1)

حداکثر زمان خيز (tr): 2.2 ثانيه

حداکثر زمان قرار (ts): 3.91 ثانيه

پهناي باند: تقريباً 8 راديان بر ثانيه

**جواب قسمت هفتم :** همانطور که در قسمت های قبل مشاهده شد،سیستم هیچگونه صفری چه از نوع انتقالی و چه از نوع دیکوپله نداشت، لذا نیازی به طراحی جبرانساز نخواهد بود

**شبیه سازی نتایج**

بوسیله simulink این سیستم کنترل را شبیه سازی می کنیم . در شکل (4) شماتیک شبیه سازی شده آورده شده است .

|  |
| --- |
|  |
|  |

**شکل4- شماتیک شبیه سازی شده رفتار سیستم با کنترل کننده**

در نمودار(4) و (5) به ترتیب سیگنال خروجی و کنترل برای ورودی پله واحد را مشاهده می کنیم.

**نمودار 5- سیگنال خروجی برای ورودی پله واحد**



**نمودار 6- سیگنال های کنترل برای ورودی پله واحد**

همانطور که از شکل (2) هم مشخص است. ورودي U1 مناسب است اما U2 مقدار زيادي دارد. عليرغم تلاش زياد براي بهبود جبران سازهاي قطري کننده ونيز اصلاح جبرانساز قطري به منظور کاهش وروديهاي کنترلي، با توجه به وجود صفرو قطبهاي متعدد و بسيار نزديک به مبدا در سيستم DD شده، ورودي کنترلي U2 بيش از مقدار نشان داده شده کاهش نيافت.

کدهای مربوطه