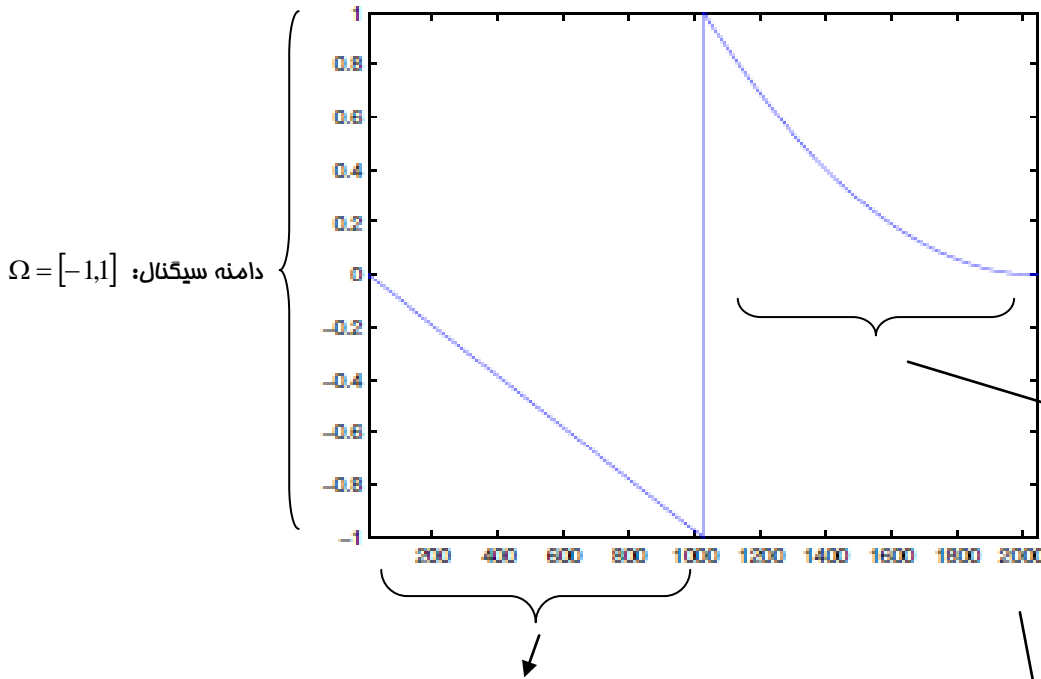


## بازسازی چند جمله ای به روش معکوس در موزه DCT

مشخصات سیگنال  $f(x_n)$ : سیگنالی که بخش هایی از آن توسط یک فم شدید (لبه یا ناپیوستگی) از هم جدا شده است (piecewise smooth).  
 ممل دقیق ناپیوستگی (فم های هموار) شناخته شده است.



در هر زیر بازه  $\Omega_i$ :

$$f_i(x_n) = \begin{cases} f(x_n) & x_n \in \Omega_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

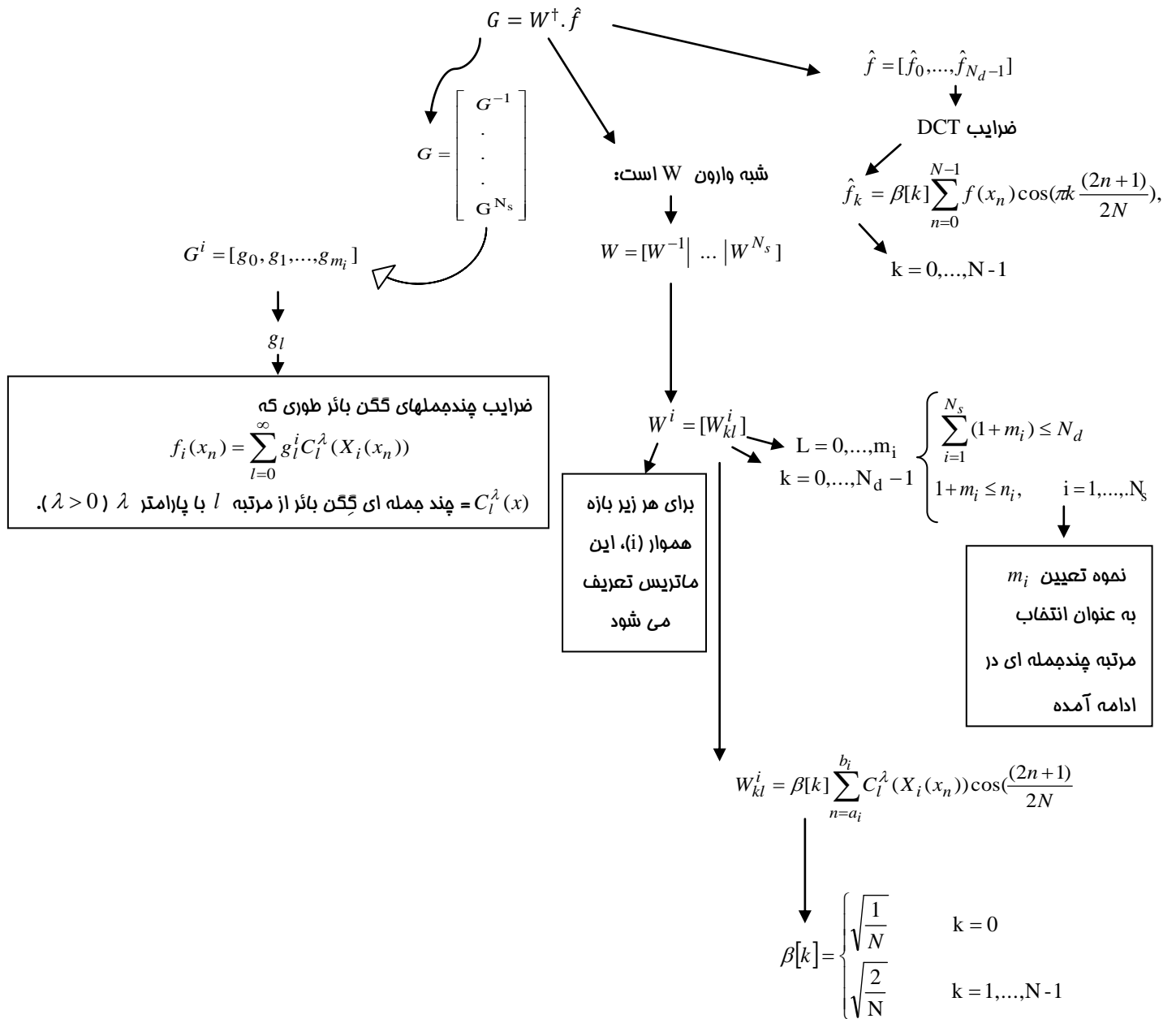
طوری که  $f(x_n) = \sum_{i=1}^{N_s} f_i(x_n)$

- تعداد کل زیر فاصله ها در ممدوده  $\Omega$  از 1 تا  $N_s$   $\{\Omega_i\}_{i=1}^{N_s}$
- مجموعه نقاط  $i$  امین زیر فاصله هموار:  $\Omega_i = \{x_n\}_{n=a_i}^{b_i}$
- طول  $i$  امین زیر بازه برابر با  $n_i = b_i - a_i + 1$

تعداد نمونه:  $\{x_n\}_{n=0}^{N-1} \leftarrow$  تعداد نمونه ها:  $N$

### ضرایب تبدیل IPRM پایه کسینوسی گسسته

ضرایب IPRM پایه کسینوسی گسسته با شبه وارون سازی W بصورت زیر مل می شود:



### بازسازی تابع از روی ضرایب تبدیل IPRM پایه کسینوسی گسسته

$$\hat{f}_k = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{l=0}^{m_i} g_l^i W_{kl}^i$$

و یا شکل ماتریسی آن:

$$\hat{f} = W \cdot G = \sum_{i=1}^{N_s} W^i \cdot G^i$$

## انتخاب مرتبه چند جمله ای با معیار MDL بر اساس $N_d$ ضریب DCT

در این جا هدف انتخاب درجه های چندجمله ای  $\{\hat{m}_i\}_{i=1}^{N_s}$  است

(residual sum of squares) : جمع مربعات انحرافات  $RSS = \sum_{n=1}^{N_d} (a_n - \hat{a}_n)^2$

$$MDL(M_j) = N_d \log\left(\frac{RSS}{N_d}\right) + \log(N_d) \sum_{i=1}^{N_s} m_i$$

- ❖  $M_j$  متناظر با ترکیبی از مرتبه های چندجمله ای بصورت  $\{m_i\}_{i=1}^{N_s}$  برای فاصله های مختلف است.
- ❖  $a_i$  : ضرایب DCT سیگنال نوفه دار
- ❖  $\hat{a}_i$  : ضرایب DCT سیگنال بازسازی شده
- ❖ هر مدل رقابت کننده  $\left\{1, \dots, \prod_{i=1}^{N_s} M_j\right\}$  ،  $M_j$  ،  $j \in \{1, \dots, \prod_{i=1}^{N_s} M_j\}$  ، که کمترین مقدار MDL را داشته باشد؛ بهترین مدل خواهد بود. تعداد ترکیب های مرتبه چند جمله ای (یا مدل های  $M_j$ ) که بایستی از آن انتخاب شود بصورت  $\prod_{i=1}^{N_s} M_i$  است.
- ❖ برای مرتبه چندجمله ای در  $i$  امین فاصله داریم:  $m_i \leq M_i$  و  $i \in \{1, \dots, N_s\}$

## انتخاب مرتبه چند جمله ای با معیار GCV بر روی $N_d$ ضریب DCT

☑ مقدار GCV برابر خواهد بود

$$GCV(M_j) = \frac{1}{N_d} \frac{\sum_{n=1}^{N_d} (a_n - \hat{a}_n)^2}{\left(1 - \frac{1}{N_d} \text{tr}(H)\right)^2}$$

☑ هر کدام از مدل های رقابت کننده  $\left\{1, \dots, \prod_{i=1}^{N_s} M_j\right\}$  ،  $M_j$  ،  $j \in \{1, \dots, \prod_{i=1}^{N_s} M_j\}$  ، که کمترین مقدار CV را داشته باشد؛ بهترین مدل خواهد بود.

☑ H: ماتریس کلاه دار (hat matrix)

$$H = P \cdot W^\dagger \cdot D$$

• D: ماتریس پایه DCT اگر تنها بخشی از ضرایب DCT (یعنی  $N_d$  جمله اول آن) در بازسازی به کار گرفته شود؛ D اولین  $N_d$  ردیف ماتریس DCT خواهد بود.:

• P: ماتریس پایه چندجمله ای که جمع مستقیم ماتریس های چند جمله ای زیر فواصل  $P_i$  می باشد یعنی:

$$P = \bigoplus_{i=1}^{N_s} P_i = \begin{bmatrix} P_1 & & & & & & & \\ & 0 & & & & & & \\ & & P_2 & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & 0 & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & P_{N_s} \end{bmatrix}$$

۵-۲: ممک فطای ریشه میانگین مربعات (RMSE) برای IPRM

☑ برای مقایسه کمی روش های CV، MDL در انتقاب درجه های چندجمله ای  $\{\hat{m}_i\}_{i=1}^{N_s}$  با مرتبه های بهینه، ممک RMSE بصورت زیر تعریف می شود تا کمینه شدن آن ملاکی برای تعیین بهترین تممین  $\hat{y} = f_N^{\hat{m}}$  از f باشد:

$$RMSE = \left\| f_N^{\hat{m}}(x_n) - f(x_n) \right\|_2 \quad (۱۴-۲)$$

۶-۴: گام های اجرای یک مثال عددی در انتقاب مرتبه

☑ گام اول: دو سیگنال زیر در نظر گرفته می شود:

۱.

$$f(x) = \begin{cases} -1-x & x \leq 0 \\ (1-x)^5 & x > 0 \end{cases}$$

۲. سیگنال Heavisine

☑ گام دوم: اندازه نمونه در  $N=256$  قرار داده می شود.

☑ گام سوم: SNR بین ۱۰ تا ۲۰ دسی بل ( با طول گام یک دسی بل) که در مقیاس فطی بین ۳/۱۶ تا ۱۰ است.

☑ گام چهارم: برای هر SNR از گام قبل:

❖ ۱۰۰ مجموعه از داده های نوفه دار شبیه سازی می شود.

❖ RMSE بر روی تمامی مجموعه داده ها میانگین گیری می شود.

☑ گام پنجم: مرتبه چند جمله ای در هر فاصله از  $m_i = 1$  تا ۱۰ تکرار می شود.

☑ گام ششم: برای هر ترکیب از مرتبه ها، IPRM برای بازسازی سیگنال اجرا می شود.

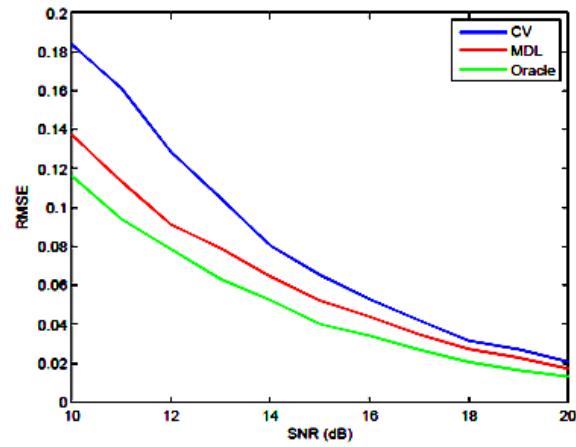
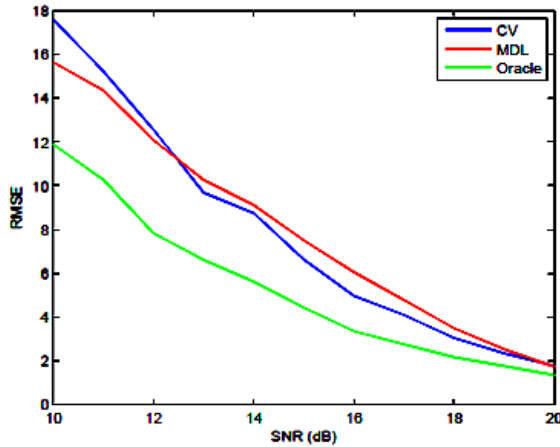
☑ گام هفتم: مناسبه مقادیر MDL و CV که به این منظور بایستی موارد زیر تعیین گردد:

✓ RSS برای هر سیگنال بازسازی شده مناسبه شود.

✓ مرتبه های چند جمله ای در نظر گرفته شود.

☑ گام هشتم: انتساب مقادیر کوچکتر در هر حالت به عنوان ترکیبی از مرتبه های تخمین زده شده برای مناسبه RMSE سیگنال بازسازی شده.

☑ گام دهم: رسم نمودار تغییرات RMSE بدست آمده از روش های CV، MDL و پیشگو (Oracle) نسبت به SNR (شکل ۱-۲ و ۲-۲).



❖ شکل ۲-۲: تغییرات مقادیر RMSE بدست آمده از روش های CV، MDL و پیشگو (Oracle) نسبت به SNR برای سیگنال دویم (Heavisine)

❖ در مقادیر پایین SNR، MDL نسبت به CV اجرای بهتری دارد اما در مقادیر بالای SNR (بزرگتر از ۱۲ دسیبل)، CV نسبت به MDL بهتر است.

❖ شکل ۱-۲: مقایسه اجرای روش های مختلف انتساب مدل (CV، MDL و پیشگو (Oracle)) در SNR بین ۱۰ تا ۲۰ دسیبل بواسطه بررسی تغییرات مقادیر RMSE حاصل از این روش ها نسبت به SNR برای سیگنال اول (چند جمله ای پاره ای).

## نتایج

☑ شبیه سازی این بخش مبین این موضوع است که اجرای دو روش انتساب مدل بسته به نوع سیگنال و سطح SNR به طور اندکی متفاوت است.

### ۳-۱: الگوریتم نوفه زدایی (denoising)

۱. سیگنال نوفه دار  $y$  بصورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$y_n = f(x_n) + e_n$$

❖  $f$ : یک سیگنال هموار پاره ای گسسته

❖  $e_i$ : خطاها که متغیرهایی تصادفی  $i.i.d$ ، با توزیع گوسی، میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  هستند.

۲. ضرایب DCT سیگنال نوفه دار  $y$  مناسبه می شود. اگر سیگنال نوفه دار بر حسب ضرایب DCT ارائه شود؛ این گام مذف فواید شد.

۳. نامیه هموار در سیگنال تعیین می گردد. در این تمقیق از شیوه تعیین لبه داده های نوفه دار که بر اساس ضرایب فوریه عمل کرده و دارای فاکتورهای تمرکز است [۱۹]؛ استفاده شده است.

۴. بهترین مرتبه چند جمله ای در هر فاصله با استفاده از شیوه های انتساب مرتبه (بخش ۲) بدست آورده می شود.

۵. سیگنال با استفاده از IPRM پایه DCT با مرتبه های چند جمله ای مناسبه شده در گام ۵ بازسازی می شود.

### ۳ + ۳: عوامل وابسته به اجرا و دقت الگوریتم نوفه زدا

۱. تعداد ضرایب DCT مورد استفاده در فرآیند IPRM.

۲. آگاهی دقیق از فواصل هموار در سیگنال (تعیین لبه)

۳. مرتبه های چند جمله ای تعیین شده به عنوان نتیجه ای از شیوه انتساب مرتبه.

### ۳-۱-۲: تأثیر تعداد ضرایب به کار رفته شده در بازسازی

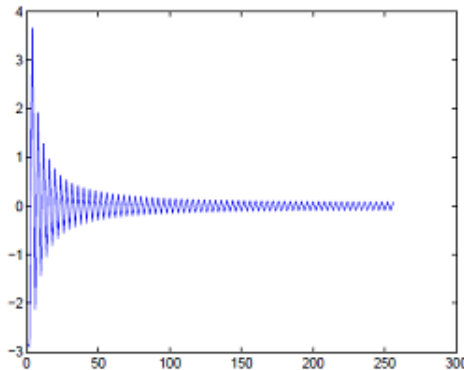
☑ فرض کنید که  $f$  یک سیگنال هموار پاره ای گسسته و با طول  $N$  است.

- ☑ با تبدیل کسینوسی گسسته،  $N$  ضریب DCT ایجاد می شود.
- ☑ اکنون IPRM را بر روی این سیگنال که تنها  $N_d$  جمله DCT آن ( $N_d < N$ ) برای بازسازی مورد استفاده قرار می گیرد؛ اعمال می شود.
- ☑ هنگامی که سیگنال فاقد نوفه است؛ تعداد  $N_d$  ضریب DCT لازم برای ارضای شرط مینیمم، با نامساوی شماره ۱-۱۴ تعیین می شود.
- ☑ به منظور بررسی صحت بازسازی با تغییر تعداد ضرایب DCT، چهار مثال زیر در نظر گرفته می شود:

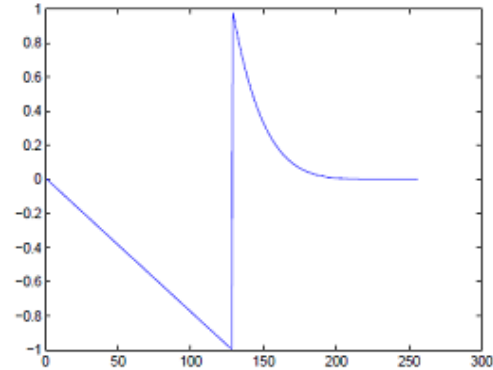
☞ مثال ۱:

❖ یک سیگنال چند جمله ای پاره ای (بدون نوفه) با طول  $N = ۲۵۶$  به صورت زیر تعریف می شود (شکل ۱-۳) که طیف DCT آن نیز در شکل ۲-۳ نشان داده شده است:

$$f_1(x) = \begin{cases} -1-x & x \leq 0 \\ (1-x)^6 & x > 0 \end{cases}$$

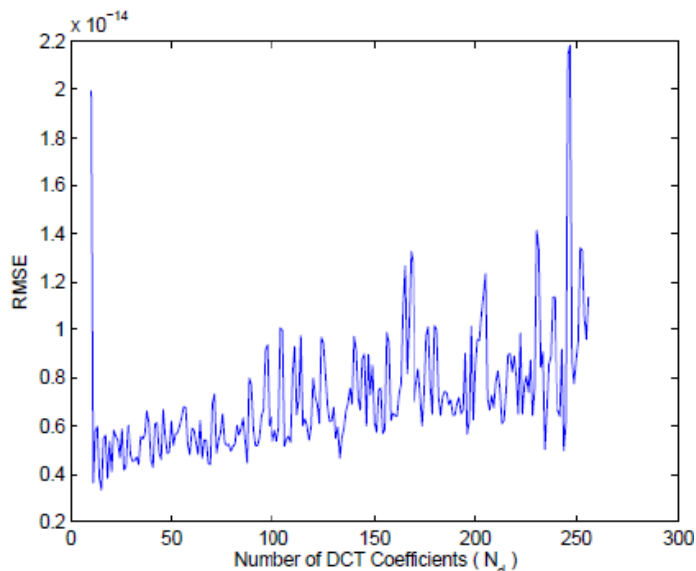


شکل ۲-۳: طیف DCT سیگنال  $f_1$



شکل ۱-۳: سیگنال چند جمله ای پاره ای با طول  $N = ۲۵۶$  که رابطه آن در بالا بیان شده است.

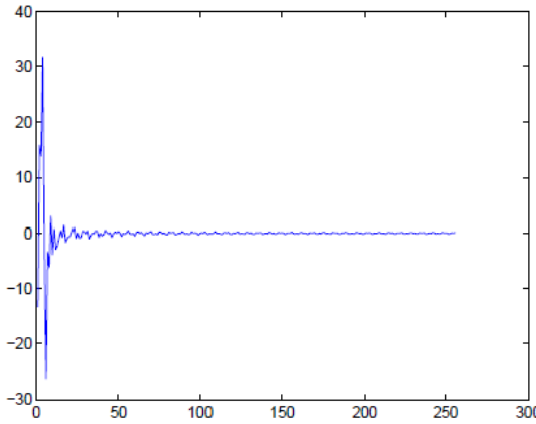
❖ RMSE سیگنال بازسازی شده  $f_1$  بر حسب  $N_d$  در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، بازسازی سیگنال  $f_1$  متی با تعداد کران پایین ضرایب DCT تعیین شده در نامساوی شماره ۱-۱۸ دقیق است و RMSE زمانی که به کران بالای ضرایب DCT می رسد (یعنی بازسازی بر اساس کل ضرایب) دارای مرتبه  $10^{-14}$  است.



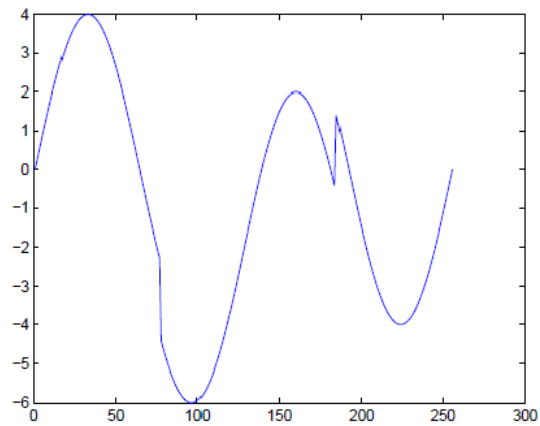
شکل ۳-۳: اثر تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM. RMSE سیگنال بازسازی شده از روی سیگنال  $f_1$  در برابر تعداد ضرایب  $N_d$

مثال ۲:

❖ سیگنال هموار پاره ای  $f_2$  (Heavisine) با همان طول سیگنال  $f_1$  و بدون نویز در نظر گرفته می شود (شکل ۳-۴). طیف DCT سیگنال  $f_2$  نیز در شکل ۳-۵ نشان داده شده است.

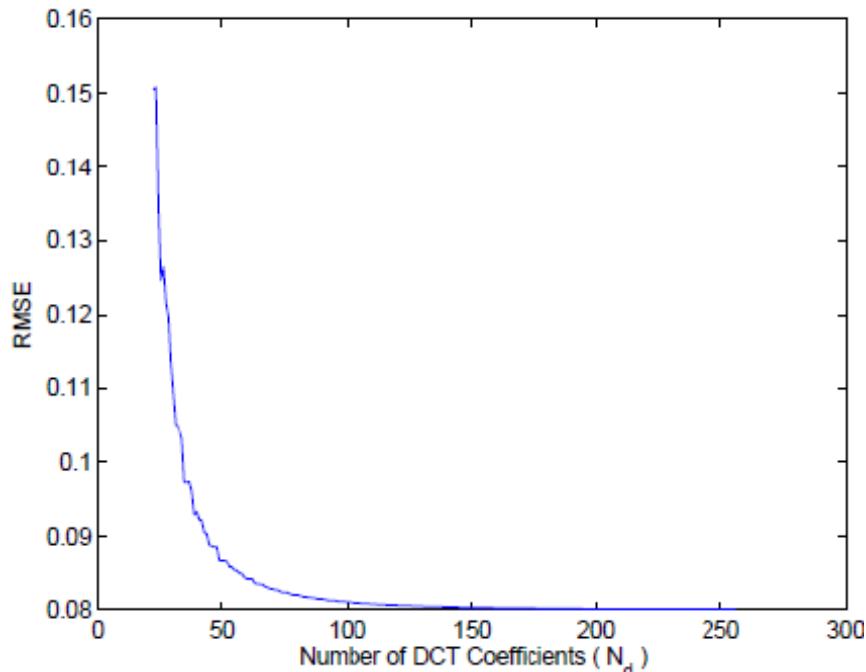


شکل ۳-۵: طیف DCT سیگنال  $f_2$



شکل ۳-۴: سیگنال هموار پاره ای  $f_2$  (Heavisine) با همان طول سیگنال  $f_1$

❖ از طریق نمودار RMSE این سیگنال هموار پاره ای، واضح است که هرچه تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM بیشتر باشد؛ صحت سیگنال بازسازی شده نیز بیشتر خواهد بود. توجه کنید که از آنجایی که  $f_2$  سیگنال چند جمله ای پاره ای نمی باشد؛ فقط به صفر میل نمی کند.

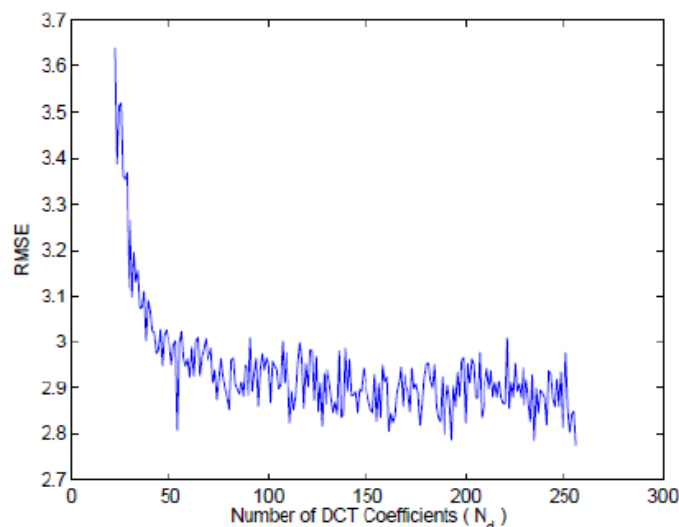


شکل ۳-۶: اثر تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM. RMSE سیگنال بازسازی شده از روی سیگنال  $f_2$  در برابر تعداد ضرایب  $N_d$

مثال ۳:

- ❖ سیگنال چند جمله ای پاره ای  $f_1$  این بار در مضمون نویز در نظر گرفته می شود.
- ❖ فرض می شود که نسبت سیگنال به نویز سیگنال برابر ۱۰ دسی بل است یعنی  $SNR = 10dB$ .

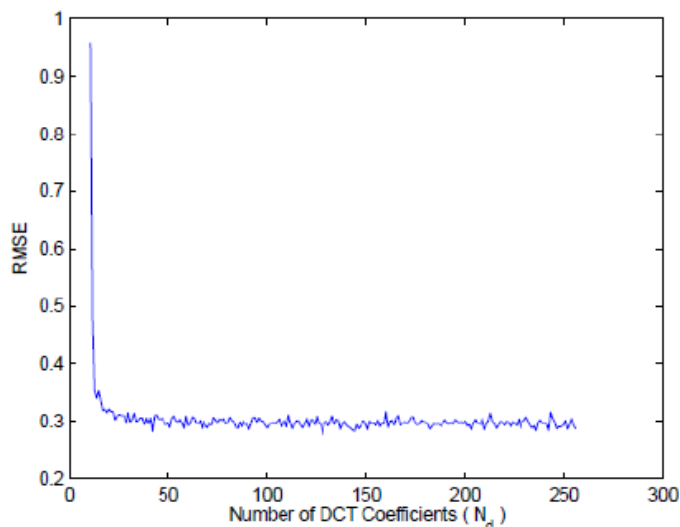
- ❖ سپس آزمایش مونت کارلو ( Monte Carlo ) با ۱۰۰ مجموعه از داده های نوفه دار به اجرا گذاشته شده و نتیجه RMSE بر روی تمامی مجموعه داده ها میانگین گیری می شود.
- ❖ نتیجه RMSE سیگنال فوق در تعداد متفاوتی از ضرایب DCT مورد بررسی قرار می گیرد (شکل ۳-۷). مقدار RMSE با  $N_d$  برابر یا نزدیک به کمینه مورد نیاز، بسیار بیشتر است از حالتی که تعداد زیادی از ضرایب DCT مورد استفاده قرار می گیرد.
- ❖ با زیاد شدن تعداد ضرایب DCT در IPRM، مقدار RMSE کمتر نمی گردد (سیگنال بازسازی شده اصلاح نمی شود).



شکل ۳-۷: اثر تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM در مضمون نوفه. RMSE سیگنال بازسازی شده از روی سیگنال  $f_1$  و با  $SNR = 10dB$  در برابر تعداد ضرایب  $N_d$

#### مثال ۴:

- ❖ سیگنال هموار پاره ای  $f_2$  (Heavisine) با همان طول سیگنال  $f_1$  و این بار در مضمون نوفه در نظر گرفته می شود.
- ❖ فرض می شود که نسبت سیگنال به نوفه سیگنال برابر ۱۰ دسی بل است یعنی  $SNR = 10dB$ .
- ❖ سپس آزمایش مونت کارلو ( Monte Carlo ) با ۱۰۰ مجموعه از داده های نوفه دار به اجرا گذاشته شده و نتیجه RMSE بر روی تمامی مجموعه داده ها میانگین گیری می شود.
- ❖ نتیجه RMSE سیگنال فوق در تعداد متفاوتی از ضرایب DCT مورد بررسی قرار می گیرد (شکل ۳-۸). در حقیقت این حالت نیز با همان سناریو حالت آزاد از نوفه سیگنال در مثال ۲ مواجه می شود؛ به عبارت دیگر هنگامی که تعداد ضرایب DCT به کار گرفته شده در IPRM افزایش می یابد؛ بازسازی دقیق تری حاصل می گردد.



شکل ۳-۸: شکل ۳-۷: اثر تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM در مضمون نوفه. RMSE سیگنال بازسازی شده از روی سیگنال  $f_1$  و با  $SNR = 10dB$  در برابر تعداد ضرایب  $N_d$



#### ۴-۱: مثال های عددی از نوفه زدایی

- ☑ در این بخش اجرای الگوریتم های نوفه زدا مورد ارزیابی و مقایسه قرار می گیرد و موضوع اثر تعداد ضرایب  $N_d$  نیز بررسی می شود.
- ☑ همان طور که بیان شد:

➤ در سیگنال های چند جمله ای پاره ای:

✓ مقدار RMSE با  $N_d$  برابر یا نزدیک به کمینه مورد نیاز، بسیار بیشتر است از حالتی که تعداد زیادی از ضرایب DCT مورد استفاده قرار می گیرد.

✓ با زیاد شدن تعداد ضرایب DCT در IPRM، مقدار RMSE کمتر نمی گردد (سیگنال بازسازی شده اصلاح نمی شود) و در مقیقت دامنه وسیعی از مقادیر  $N_d$  نتایج یکسانی را ایجاد می کند

➤ اما در سیگنال های هموار پاره ای:

✓ هرچه تعداد ضرایب DCT استفاده شده در IPRM بیشتر باشد؛ صمت سیگنال بازسازی شده نیز به آرامی بیشتر خواهد شد.

- ☑ نتایج الگوریتم پیشنهادی با مدل های نوفه زدای زیر مورد مقایسه قرار می گیرد:

۱. نوفه زدایی از طریق موجک با انتقال ناورد ( Translation-invariant (TI) wavelet de-noising ) یا چرخش دایره ای ( cycle-spinning ) که در مرجع ۲۵ بیان شده است.

۲. نوفه زدایی بر اساس جای پاهای تبدیل موجک ( wavelet transform footprints ) که در مرجع ۲۶ و ۲۷ بیان شده است.

۳. نوفه زدایی بر اساس روش مستقیم که در مرجع ۲۸ و ۲۹ بیان شده است.

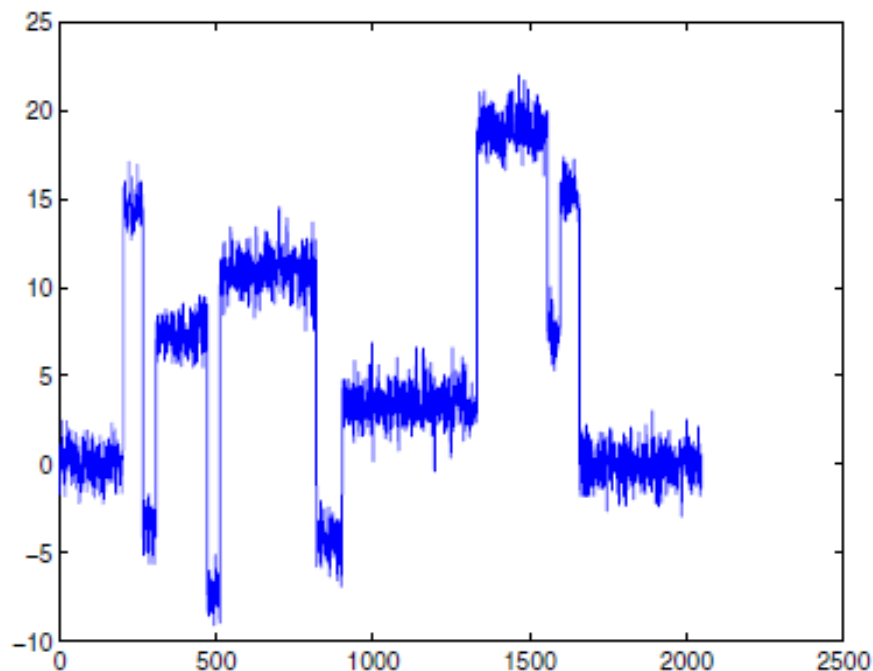
#### ۵-۲: نوفه زدایی از سیگنال Blocks به عنوان اولین سیگنال آزمون

- ☑ در ادبیات نوفه زدایی سیگنال مقدار ثابت پاره ای به عنوان Blocks (بلوک ها) شناخته می شود.

- ☑ مشخصات سیگنال در این آزمون (شکل ۵-۱) همان مشخصاتی است که در Wavelab برنامه MATLAB توسط مرجع ۳۰ ارائه شده است یعنی:

➤ طول سیگنال:  $N = 2048$

➤  $SNR = 7$



شکل ۵-۱: سیگنال آزمون Blocks با طول سیگنال  $N = 2048$  و  $SNR = 7$

- ☑ برای این سیگنال از میان الگوریتم های نوفه زدای ذکر شده بر مسب ممک RMSE، الگوریتم cycle-spinnig با بهره گیری از موجک ها (Haar)، بهترین نتیجه را ارائه می کند.
- ☑ فرض می شود که سیگنال در الگوریتم رد پای موجک بصورت پاره ای دارای مقدار ثابت است (picewise constant).
- ☑ همچنین حالتی را در نظر گرفته می شود که مرتبه های چند جمله ای شناخته شده نیستند.
- ☑ در روش مستقیم (مرجع ۲۸) پیشنهاد می شود که از رابطه زیر برای تعیین مرتبه چند جمله ای استفاده شود. اما با این وجود مرتبه های چند جمله ای بدست آمده از این رابطه منجر به یک بازسازی قابل قبول از سیگنال نخواهد شد:

$$\lambda_i = m_i = \varepsilon_i \beta N \quad (1-5)$$

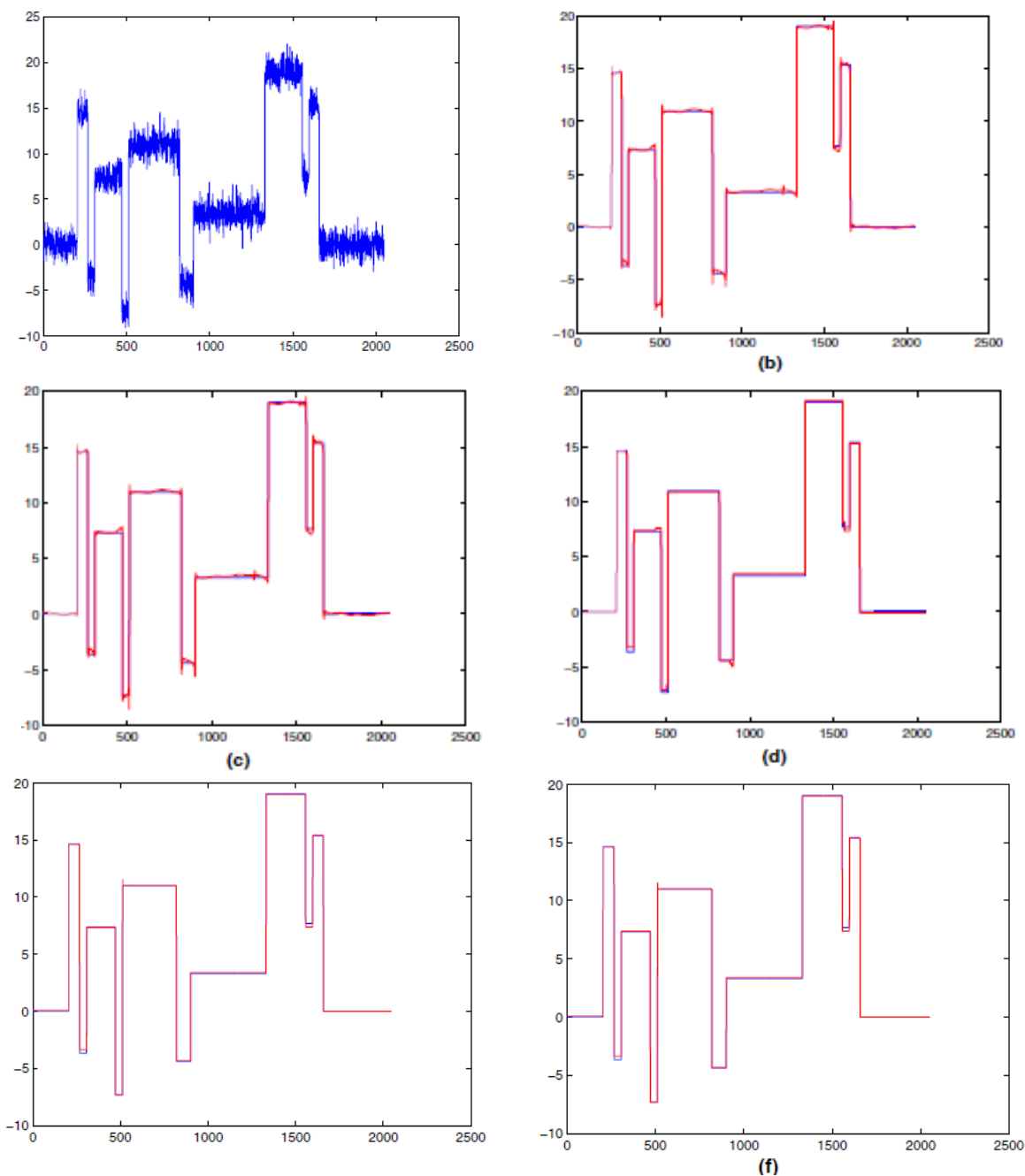
- ❖  $m_i$ : مرتبه  $i$  امین فاصله  $[a_i, b_i]$
- ❖ اگر  $m_i$  عدد صمیمی نباشد؛  $\lceil m_i \rceil$  مرتبه چند جمله ای در نظر گرفته می شود [۹].
- ❖  $\beta = \frac{2\pi}{27} \approx 0.2327$
- ❖  $\varepsilon_i = \frac{b_i - a_i}{2}$

- ☑ در این جا فرض شده است که سیگنال بصورت پاره ای دارای مقدار ثابت است بنابراین با قرار دان مرتبه صفر برای چند جمله ای، پارامتر  $\lambda_i$  از رابطه فوق تعیین می شود.
- ☑ در فصوص الگوریتم پیشنهادی دو سناریو برای مرتبه های چند جمله ای در نظر گرفته می شود:
  ۱. با استفاده از یک روش پیشگو مشخص خواهد شد که کدام یک از مرتبه های چند جمله ای (چند جمله ای های مرتبه صفر) برای سیگنال بلوکی بهترین هستند.
  ۲. از روش انتخاب مدل MDL برای انتخاب فودکار مرتبه های چند جمله ای استفاده می شود.
- ☑ نتایج شبیه سازی بر مسب ممک RMSE برای یک نمونه سیگنال نوفه دار در جدول ۵-۱ ارائه شده است. بر طبق این جدول:
  - نوفه زدایی با استفاده از IPRM به طور معنی داری نسبت به الگوریتم های دیگر بهتر اجرا می شود.
  - مقادیر RMSE مشابهی برای IPRM با و بدون پیشگو تعیین شده است. این امر نشان دهنده این مقیقت است که روش MDL، مرتبه های چند جمله ای صمیمی را تمین زده است.

جدول ۵-۱: مقایسه الگوریتم های نوفه زدا برای سیگنال بلوک ها

Method	RMSE
Cycle-spinning	7.7701
Direct method + Oracle	8.2528
Wavelet footprints	21.5279
Wavelet footprints + Oracle	7.2656
IPRM	4.1078
IPRM + Oracle	4.1078

شکل زیر، سیگنال های بازسازی شده را با استفاده از الگوریتم های نوفه زدای مختلف نشان می دهد.



شکل ۵-۲: مقایسه روش های نوفه زدایی مختلف برای سیگنال بلوک ها (آبی: سیگنال اولیه و قرمز: سیگنال بازسازی).

- (a): سیگنال نوفه دار با  $SNR = 16/91$  دسیبل.
- (b): نوفه زدایی به طریق cycle-spinnig.
- (c): نوفه زدایی به طریق ردپاهای موجک.
- (d): نوفه زدایی به طریق ردپاهای موجک با پیشگوه.
- (e): نوفه زدایی به طریق مستقیم با پیشگوه.
- (f): نوفه زدایی به طریق IPRM.

۳-۵: نوفه زدایی از سیگنال چند جمله ای پاره ای به عنوان دومین سیگنال آزمون

☑ سیگنال تست دوم سیگنال چند جمله ای پاره ای زیر است (شکل ۳-۵ a):

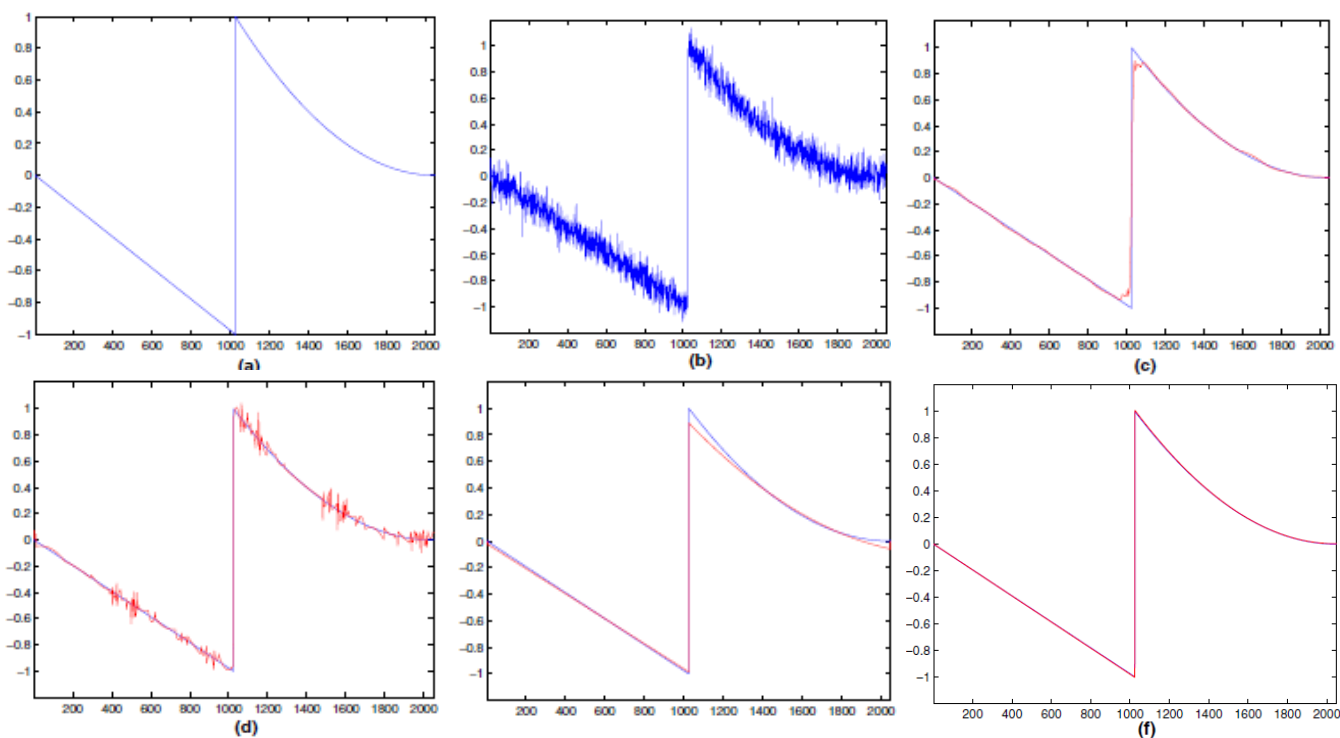
$$f(x) = \begin{cases} -1-x & x \leq 0 \\ (1-x)^2 & x > 0 \end{cases}$$

☑ نتایج شبیه سازی بر مسب ممت RMSE برای یک نمونه سیگنال نوفه دار در جدول ۲-۵ ارائه شده است.

جدول ۲-۵: مقایسه الگوریتم های نوفه زدا برای سیگنال  $f(x)$

Method	RMSE
Cycle-spinning	2.6876
Direct method + Oracle	1.2733
Wavelet footprints	1.2859
IPRM	0.1236
IPRM + Oracle	0.1236

☑ شکل ۸ نشان می دهد سیگنال های بازسازی شده را با استفاده از الگوریتم های نوفه زدایی مختلف.



شکل ۳-۵: مقایسه روش های نوفه زدایی مختلف برای سیگنال چند جمله ای پاره ای (آبی: سیگنال اولیه و قرمز: سیگنال بازسازی).

- (a): سیگنال اصلی
- (b): سیگنال نوفه دار با  $SNR = 16/91$  دسیبل.
- (c): نوفه زدایی به طریق cycle-spinning.
- (d): نوفه زدایی به طریق ردهای موجک.
- (e): نوفه زدایی به طریق مستقیم با پیشگو.
- (f): نوفه زدایی به طریق IPRM.

#### ۴-۵: نوفه زدایی از سیگنال Heavisine به عنوان سومین سیگنال آزمون

☑ در ادبیات نوفه زدایی، سیگنال هموار پاره ای به نام Heavisine شناخته می شود.

☑ نتایج RMSE ی الگوریتم های نوفه زدایی مختلف در جدول ۳-۵ ارائه شده است.

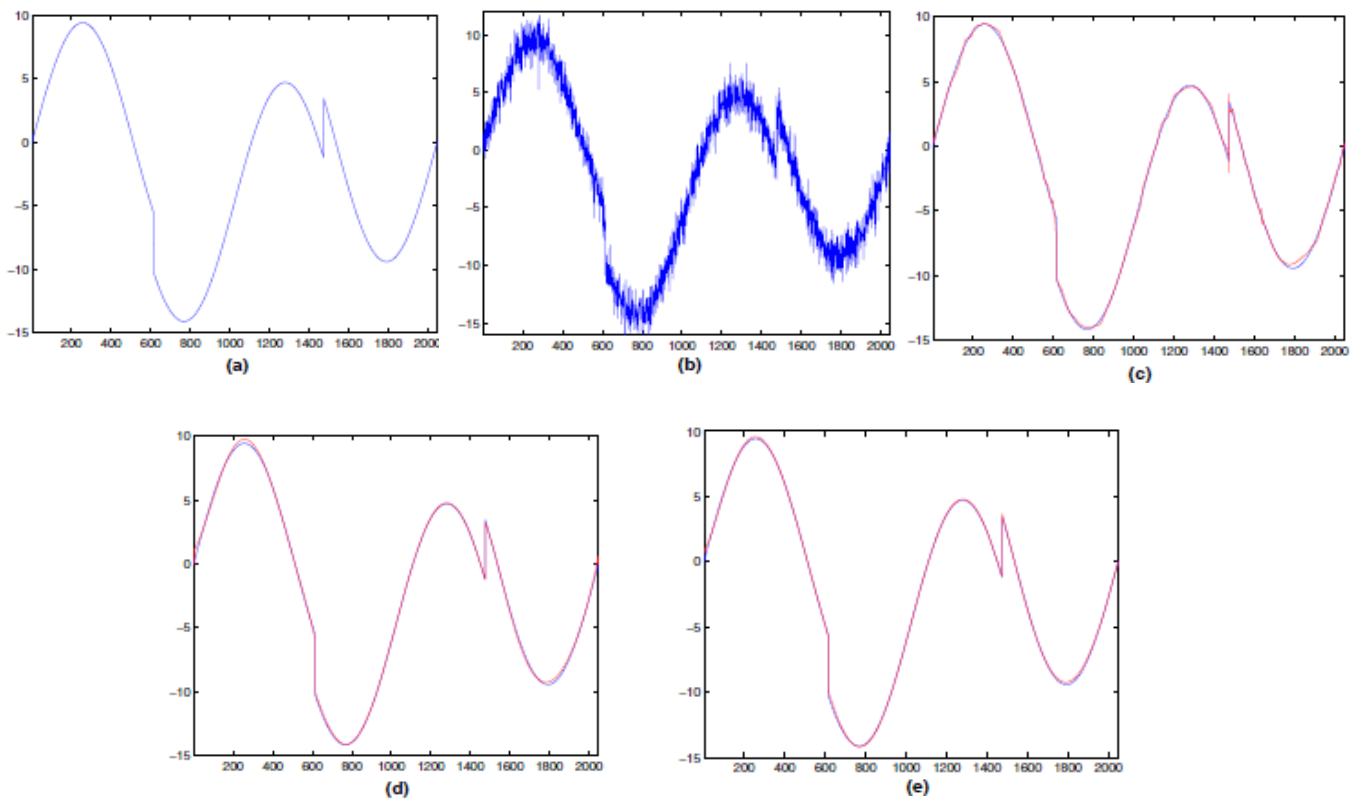
جدول ۳-۵: مقایسه الگوریتم های نوفه زدا برای سیگنال Heavisine

Method	RMSE
Cycle-spinning	9.0905
Direct method + Oracle	6.7298
IPRM	4.9491
IPRM + Oracle	4.9491

☑ با استفاده از روش MDL در انتحاب مرتبه های چند جمله ای  $m_1 = 6$ ،  $m_2 = 6$  و  $m_3 = 5$  تعیین می گردد.

☑ در روش مستقیم به طریق آزمون و خطا، پارامتر  $\lambda = 1$  قرار داده می شود زیرا مقادیر تعیین شده بواسطه رابطه ۵-۱ به بازسازی قابل قبولی برای سیگنال منتهی نمی شود.

☑ شکل ۴-۵ سیگنال های بازسازی شده را با استفاده از الگوریتم های نوفه زدا مختلف در  $SNR = 16.91$  dB نشان می دهد.



شکل ۴-۵: مقایسه روش های نوفه زدایی مختلف برای سیگنال Heavisine (آبی: سیگنال اولیه و قرمز: سیگنال بازسازی).

- (a): سیگنال اصلی
- (b): سیگنال نوفه دار با  $SNR = 16.91$  دسیبل.
- (c): نوفه زدایی به طریق cycle-spinning.
- (d): نوفه زدایی به طریق مستقیم با پیشگو.
- (e): نوفه زدایی به طریق IPRM.

۵-۵: نوفه زدایی از سیگنال داپلر (Doppler) به عنوان چهارمین و آخرین سیگنال آزمون

☑ آخرین سیگنال آزمون سیگنال که در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

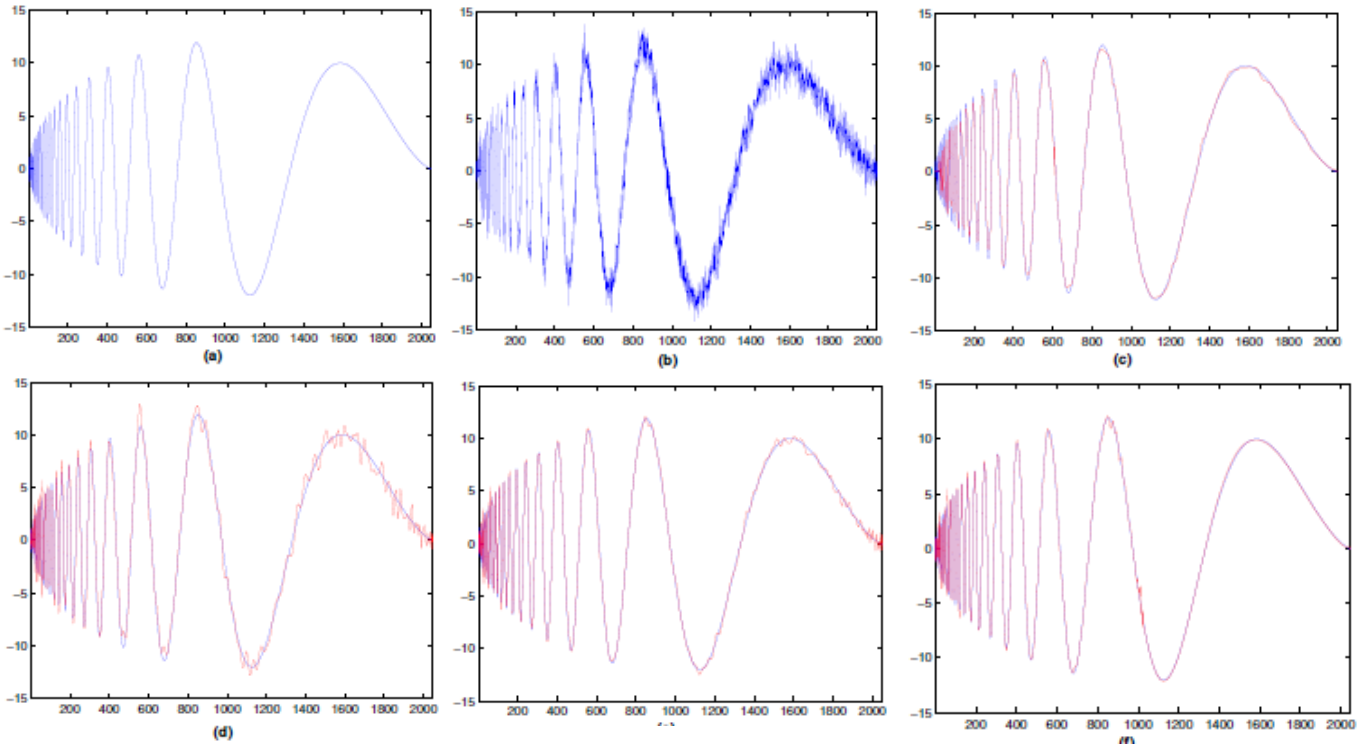
☑ نتایج شبیه سازی بر مسب RMSE برای یک سیگنال نوفه دار با  $SNR = 16.91$  dB در جدول ۴-۵ نشان داده شده است.

جدول ۴-۵: مقایسه الگوریتم های نوفه زدا برای سیگنال داپلر (Doppler)

Method	RMSE
Cycle-spinning	17.5325
Direct method + Oracle	31.5494
IPRM	13.6757
IPRM + Oracle	13.6417

☑ شکل ۱۰ سیگنال های بازسازی شده را بر مسب الگوریتم های نوفه زدا مختلف نشان می دهد.

☑ با استفاده از روش CV برای یافتن مرتبه چند جمله ای،  $m = 207$  تعیین می گردد (پیشگو  $m = 203$  را ارائه می کند). این مقدار نسبتاً زیاد است و در بخش فرکانس پایین سیگنال باعث برآزش بیش از حد می شود (over fitting). اما بایستی توجه داشت که این امر به دلیل ماهیت سیگنال داپلر اجتناب ناپذیر است زیرا این سیگنال نیازمند یک مرتبه چند جمله ای بالا برای بخش فرکانس بالای خود و یک مرتبه چند جمله ای کم برای بخش فرکانس پایین است.

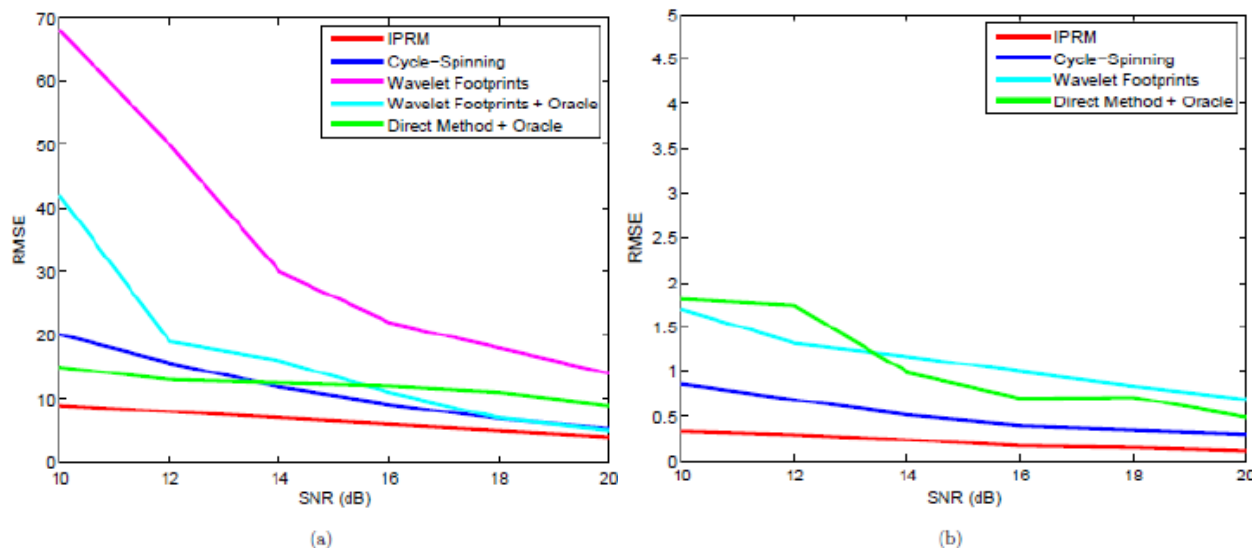


شکل ۴-۵: مقایسه روش های نوفه زدایی مختلف برای سیگنال داپلر (Doppler) (آبی: سیگنال اولیه و قرمز: سیگنال بازسازی).

- (a): سیگنال اصلی داپلر
- (b): سیگنال نوفه دار با  $SNR = 16.91$  دسیبل.
- (c): نوفه زدایی به طریق cycle-spinning.
- (d): نوفه زدایی به طریق مستقیم با پیشگو.
- (e): نوفه زدایی به طریق IPRM.
- (f): نوفه زدایی به طریق IPRM بعد از یک گام تقسیم.

☑ یک راه برای بهبود بیشتر اجرای الگوریتم IPRM در این سیگنال، تقسیم سیگنال به دو بخش متوالی و تعیین جداگانه مرتبه های چند جمله ای برای زیر فواصل حاصل می باشد.

- ☑ بعد از یک گام تقسیم، میزان RMSE سیگنال بازیابی شده از ۱۳/۶۷۵۷ به ۱۱/۱۵۷۹ کاهش می یابد.
- ☑ در این حالت مرتبه های چند جمله ای به کار رفته شده در فرآیند IPRM  $m_1 = 140$  و  $m_2 = 15$  می باشد.
- ☑ همانطور که در شکل ۵-۴-f نشان داده شده است صحت سیگنال بازیابی شده به طور معنا داری در فرد بازه سمت راست سیگنال بهبود یافته است.
- ☑ به منظور بررسی امپرای الگوریتم های نوفه زدا بر روی دامنه وسیع تری از مقادیر SNR، آزمون های مونت کارلو برای سیگنال بلوک ها و سیگنال های  $f(x)$  در مقادیر مختلف SNR ارائه می شود.
- ☑ در فصول سیگنال های بلوکی، ۱۰۰ مجموعه از سیگنال های نوفه دار شبیه سازی می شود که در آنها SNR با یک گام ۲ دسیبلی از ۱۰ به ۲۰ دسیبلی تغییر داده می شود.
- ☑ نمودار شکل ۵-۵-a نتایج RMSE میانگین را برای الگوریتم های مختلف نشان می دهد.



شکل ۵-۵: مقایسه مقدار RMSE در IPRM با الگوریتم های نوفه زدا دیگر و با مقادیر SNR مختلف برای (a) سیگنال بلوک ها و (b) سیگنال چند جمله ای پاره ای  $f(x)$

- ☑ برای الگوریتم نوفه زدا مبتنی بر ردپای موجک ۲ سناریو در نظر گرفته می شود:
- ☑ اول این که سیگنال فرض می شود که بصورت قطعه قطعه ثابت است یعنی مرتبه های چند جمله ای شناخته می شوند از پیش یا ارائه می شوند توسط یک پیشگو و
- ☑ سناریوی دوم این که مرتبه های چند جمله ای شناخته شده نیستند از پیش.
- ☑ برای نوفه زدایی بر اساس روش مستقیم ما فرض می کنیم که مرتبه های چند جمله ای شناخته شده هستند.
- ☑ در حالت IPRM ما می یابیم مرتبه های چند جمله ای را با استفاده از الگوریتم MDL. بعلاوه شکل b11 نشان می دهد اجرای RMSE الگوریتم های نوفه زدا را با همان مجموعه از پارامترها برای سیگنال هموار قطعه ای  $f(x)$