

طراحی کنترل کننده‌های مد لغزشی انتگرالی - تناسبی برای سیستم‌های فوق آشوب با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش و ورودی‌های کنترلی غیر خطی

علی ابویی، محمدرضا جاهدمطلق و زهرا رحمانی

آشوب بر اساس سیستم آشوبی چن^۷ [۵] تا [۷]، سیستم فوق آشوب ونجوان وو^۸ [۸] و سیستم فوق آشوب یکپارچه^۹ [۹] اشاره کرد. مثبت بودن دو نمای لیاپانوف سیستم‌های فوق آشوب باعث می‌گردد که این سیستم‌ها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به سیستم‌های آشوبناک معمولی باشند. این پیچیدگی از دو جنبه قابل توجه است: (۱) افزایش تصادفی بودن در سیستم‌های فوق آشوب نسبت به آشوب معمولی و (۲) بالاتر بودن عدم قابلیت پیش‌بینی سیستم‌های فوق آشوب [۸] و [۱۰]. این دو ویژگی باعث شده است تا در بسیاری از کاربردها، سیستم‌های فوق آشوب جایگزین سیستم‌های آشوب معمولی شوند. به‌عنوان یک نمونه شاخص می‌توان از جایگزینی سیگنال‌های آشوب معمولی با سیگنال‌های فوق آشوب در مخابرات امن و رمزنگاری نام برد [۱۱] و [۱۲]. متناظر با افزایش کاربردهای پدیده فوق آشوب در مواردی همچون اسیلاتورهای کلیپتیس [۱۳]، مدارهای غیر خطی [۱۴] و لیزرها [۱۵]، روش‌های زیادی برای کنترل این پدیده توسعه داده شدند. به‌عنوان نمونه می‌توان به روش گام به عقب [۱۶]، فیدبک خطی و فیدبک سرعت [۱۷]، کنترل H_∞ [۱۸]، کنترل تطبیقی [۱۹] و کنترل مد لغزشی [۲۰] تا [۲۷] اشاره کرد. روش کنترل مد لغزشی با توجه به ویژگی‌های ذاتی آن از جمله پاسخ سریع و مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت و اغتشاش خارجی، توجه دانشمندان زیادی را برای کنترل سیستم‌های آشوبناک به خود جلب کرده است [۲۰] تا [۲۵]. مقاله [۲۰] از ترکیب روش کنترل مد لغزشی با شبکه‌های عصبی برای کنترل سیستم آشوبناک لورنز در حضور عدم قطعیت استفاده کرده است که ضرایب وزن دهی میان نورون‌های شبکه عصبی با استفاده از یک قانون تطبیق، در حین فرآیند کنترل به‌روز می‌شوند و با این ایده، پدیده چترینگ تا حد زیادی کاهش می‌یابد. اما [۲۰] توجه‌ایی به غیر خطی بودن ورودی‌های کنترلی نداشته و فرآیند طراحی برای سیستم لورنز در نظر گرفته شده و دارای قابلیت تعمیم کلی برای سیستم‌های آشوبناک دیگر نمی‌باشد. مقاله [۲۱] از ایده ترکیب کنترل مد لغزشی و کنترل فازی، برای کنترل دسته‌ای از سیستم‌های آشوبناک در حضور عدم قطعیت و اغتشاش استفاده کرده و با جایگزینی توابع فازی به‌جای تابع علامت، پدیده چترینگ حذف شده است. روش پیشنهادی، قابل پیاده‌سازی برای فرم خاصی از سیستم‌های آشوبناک است و ورودی‌های کنترلی به‌صورت خطی اعمال شده است. در [۲۲] کنترل کننده مد لغزشی با در نظر گرفتن سطح لغزشی انتگرالی-تناسبی برای سیستم فوق آشوب راسلر طراحی شده است. روش ارائه‌شده، مختص سیستم فوق آشوب راسلر بوده و به راحتی

کچیکده: در این مقاله کنترل مقاوم یک سیستم فوق آشوب جدید با در نظر گرفتن عدم قطعیت، اغتشاش خارجی و ورودی‌های کنترلی غیر خطی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. اهداف کنترلی سیستم فوق آشوب، شامل پایدارسازی دینامیک این سیستم در حضور ورودی‌های کنترلی غیر خطی، عدم قطعیت و همچنین تضعیف اغتشاش وارد بر سیستم فوق آشوب می‌باشد. برای تضعیف اغتشاش وارد بر سیستم فوق آشوب، معیار عملکردی تعریف گردیده است که روش ارائه‌شده باید این معیار را برآورده سازد. برای برآورده ساختن اهداف تعیین شده، روش کنترل مد لغزشی با تعریف سه سطح سوئیچینگ انتگرالی-تناسبی جداگانه، مورد استفاده قرار می‌گیرد و پایداری روش کنترلی ارائه‌شده با استفاده از تئوری لیاپانوف به اثبات می‌رسد. نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری نشان می‌دهند که کنترل کننده‌های طراحی شده، کارایی بالایی در برآورده ساختن اهداف کنترلی تعیین شده دارند.

کلیدواژه: بردار سطوح لغزشی، سیستم فوق آشوب، شرط رسیدن، کنترل مد لغزشی، ورودی کنترلی غیر خطی.

۱- مقدمه

از منظر پیچیدگی، سیستم‌های آشوبناک را به سه دسته آشوب معمولی، فوق آشوب^۱ (آشوب بعد بالا) و آشوب فضا-زمانی^۲ تقسیم می‌کنند. بزرگ‌ترین شاخص تمایزدهنده میان سیستم‌های فوق آشوب با آشوب معمولی، وجود حداقل دو نمای لیاپانوف^۳ مثبت در این سیستم‌هاست. برای اولین بار، راسلر^۴ پدیده فوق آشوب را در معادلات دینامیکی یک واکنش شیمیایی نشان داد [۱]. در ادامه تعداد زیادی سیستم‌های فوق آشوب معرفی شدند که به‌عنوان نمونه می‌توان به سیستم‌های فوق آشوب بر اساس سیستم آشوب معمولی لورنز^۵ [۲] و [۳]، وانگ^۶ [۴]، سیستم فوق

این مقاله در تاریخ ۹ بهمن ماه ۱۳۸۸ دریافت و در تاریخ ۲۸ فروردین ماه ۱۳۹۰ بازنگری شد.

علی ابویی، آزمایشگاه سیستم‌های پیچیده، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران (email: aliaboee@elec.iust.ac.ir).

محمدرضا جاهدمطلق، آزمایشگاه سیستم‌های پیچیده، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران (email: jahedmr@iust.ac.ir).

زهرا رحمانی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل (email: rahmaniz@nit.ac.ir).

1. Hyperchaos
2. Spatiotemporal
3. Lyapunov Exponent
4. Rössler
5. Lorenz
6. Wang

7. Chen

8. Wenjuan Wu

9. Unified Hyperchaotic System

که سیستم‌های فوق آشوب دارای حساسیت زیادی به هر نوع تغییراتی در پارامترهای سیستم هستند، وجود عوامل غیر خطی ساز در مسیر ورودی‌های کنترلی باعث می‌شود که کارایی کنترل‌کننده‌های طراحی شده برای این سیستم‌ها، تا حد زیادی کاهش پیدا کند و حتی در مواردی این کنترل‌کننده‌ها کارایی خود را به طور کامل از دست بدهند و در بعضی از حالت‌ها، این مسئله منجر به ناپایداری سیستم فوق آشوب حلقه بسته همراه با کنترل‌کننده شود. در این مقاله با توجه به این دو نکته، برای طراحی کنترل‌کننده سیستم فوق آشوب، دو هدف کنترلی تعیین شده است. این دو هدف عبارتند از: (۱) پایداری دینامیک سیستم در حضور عدم قطعیت‌های غیر ساختاری، اغتشاش خارجی و ورودی‌های کنترلی غیر خطی و (۲) کاهش نرم H_∞ متغیرهای حالت سیستم نسبت به اغتشاش و رساندن این نرم به یک مقدار مشخص.

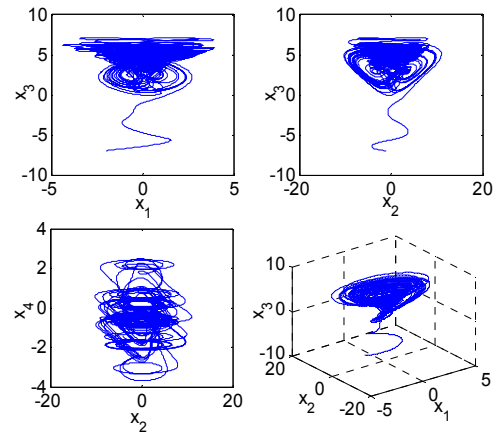
برای طراحی کنترل‌کننده مقاوم به گونه‌ای که اهداف تعیین شده برآورده شوند، روش کنترل لغزشی با توجه به ویژگی‌های شاخص آن انتخاب شده است. در طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی از تعریف سه سطح لغزشی انتگرالی-تناسبی استفاده شده و نحوه ارتباط دو هدف کنترلی مقاله با استفاده از ماتریس بهره فیدبک که در تعریف سطوح لغزشی به کار رفته، مشخص می‌شود. این ماتریس از تکنیک نامساوی ماتریسی خطی به دست می‌آید. برای ارزیابی روش کنترلی ارائه شده، سیستم فوق آشوب [۱۰] انتخاب گردیده است که علت این انتخاب را می‌توان وجود عبارت‌های غیر خطی شدید در این سیستم و بزرگ بودن دو نمای لیاپانوف مثبت آن، در مقایسه با سیستم‌های فوق آشوب دیگر بیان کرد. همین دو ویژگی باعث می‌شوند تا این سیستم از پیچیدگی بیشتری نسبت به سیستم‌های دیگر برخوردار بوده و در نتیجه بتواند به عنوان یک محک ارزیابی برای روش کنترلی ارائه شده مورد استفاده قرار گیرد. ساختار کلی این مقاله بدین صورت است که در بخش دوم، معادلات دینامیک سیستم فوق آشوب معرفی شده است. بیان مسئله و اهداف کنترل در بخش سوم آورده شده است. بخش چهارم به طراحی کنترل‌کننده لغزشی اختصاص یافته است و نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری و نتیجه‌گیری کلی از مقاله به ترتیب در بخش‌های پنجم و ششم ارائه گردیده است.

۲- معرفی مدل دینامیکی سیستم فوق آشوب

همان طوری که در مقدمه گفته شد، سیستم مورد مطالعه، سیستم فوق آشوب [۱۰] می‌باشد. با انتخاب این سیستم پیچیده که انواع رفتارهای دینامیکی را از خود نشان می‌دهد، تصمیم داریم تا کارایی کنترل‌کننده طراحی شده را نشان دهیم. معادلات دینامیکی توصیف‌کننده این سیستم در (۱) آورده شده است. در (۱) x_i ها ($i = 1, 2, 3, 4$) بیانگر متغیرهای حالت سیستم می‌باشند. با انتخاب پارامترها به صورت $b = -1$ ، $a = 7.7$ ، $c = 8$ ، $d = 4$ ، $e = -4$ ، $f = 1$ ، $g = 1$ ، $h = 1$ و $k = -2$ ، سیستم رفتار فوق آشوب با دو نمای لیاپانوف مثبت $L_1 = 2.2316$ و $L_2 = 0.59$ از خود نشان می‌دهد. برای مطالعه در مورد انواع رفتارهای دینامیکی این سیستم فوق آشوب می‌توان به [۱۰] مراجعه کرد

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) + bx_1x_2 \\ \dot{x}_2 = cx_1 + dx_1x_2 + nx_2 \\ \dot{x}_3 = fx_2 + gx_2^2 + hx_1x_3 \\ \dot{x}_4 = kx_4 \end{cases} \quad (1)$$

شکل ۱ تعدادی از تصویرهای جاذب فوق آشوبی سیستم (۱) را در فضاهای دوبعدی و سه‌بعدی نشان می‌دهد.



شکل ۱: تصویرهای جاذب آشوبی سیستم (۱) در فضاهای دوبعدی و سه‌بعدی.

قابل اعمال بر روی سیستم‌های فوق آشوب دیگر نمی‌باشد و ورودی کنترلی به صورت خطی به سیستم اعمال شده است. مقاله [۲۳] با تعریف یک سطح لغزشی-تطبیقی و در نظر گرفتن عدم قطعیت و ورودی کنترلی غیر خطی، روش کنترل مد لغزشی را بر روی سیستم آشوبناک یکپارچه پیاده‌سازی کرده است. در [۲۳] برای کاهش اثر اغتشاش و از بین بردن پدیده چترینگ، چاره‌ای اندیشیده نشده و سطح لغزشی-تطبیقی مختص همین سیستم آشوبناک یکپارچه می‌باشد. در [۲۴] از ترکیب کنترل مد لغزشی و روش حل مسئله نامساوی ماتریسی خطی، برای کنترل دسته‌ای از سیستم‌های آشوبناک استفاده شده است. روش ارائه شده در [۲۴] دارای قابلیت تعمیم بوده و قابل اعمال به تعداد زیادی از سیستم‌های آشوبناک می‌باشد. اما در برابر این ویژگی‌های شاخص، برای عدم قطعیت و ورودی کنترلی غیر خطی فکری نشده است. مقاله [۲۵] با استفاده از کنترل مد لغزشی، کنترل‌کننده مقاومی را برای دسته‌ای از سیستم‌های آشوبناک در حضور اغتشاش خارجی طراحی کرده که علاوه بر همگرا ساختن متغیرهای حالت سیستم آشوبناک به سمت نقطه تعادل، معیاری را برای کاهش اثر اغتشاش وارد بر سیستم برآورده می‌کند. روش کنترلی پیشنهاد شده در [۲۵]، تعدادی از سیستم‌های آشوبناک را پوشش می‌دهد، اما عواملی مانند عدم قطعیت، ورودی کنترلی غیر خطی و ناپیوسته بودن سیگنال کنترلی در فرآیند طراحی کنترل‌کننده مورد توجه قرار نگرفته است.

اغلب مقالاتی که در مورد کنترل مد لغزشی سیستم‌های آشوبناک ارائه شده است [۲۰] تا [۲۷]، به دو مسئله مهم توجه نکرده‌اند. مسئله اول عدم قطعیت‌ها و اغتشاش است که در کاربرهای عملی و فیزیکی (جهان واقعی) به طور ناخواسته با آن روبه‌رو هستیم. پس لازم است که در حین فرآیند طراحی کنترل‌کننده‌ها به این مسئله توجه شده و کنترل‌کننده‌ها با در نظر گرفتن موارد ذکر شده طراحی شوند. مسئله دوم بدین گونه می‌باشد که اغلب فرض شده است ورودی‌های کنترلی به صورت خطی قابل اعمال به سیستم هستند [۲۰] تا [۲۷]. اما در تحقق عملی و جهان واقعی با غیر خطی بودن (غیر خطی شدن) ورودی‌های کنترلی روبه‌رو هستیم که ناشی از محدودیت‌های عملگرها می‌باشد. این غیر خطی شدن به این مفهوم است که ممکن است نتوانیم سیگنال‌های کنترلی را به صورت خطی و مستقیم به سیستم اعمال کنیم و در واقع توابع غیر خطی از سیگنال‌های کنترل طراحی شده به سیستم اعمال شوند. به عنوان نمونه‌ای از این غیر خطی شدن ورودی‌های کنترلی به وجود محدودیت‌هایی همچون اشباع، ناحیه مرده^۱ و backlash می‌توان اشاره کرد. از آنجایی

1. Dead - Zone

$$|\Delta f_i(x_1, x_r, x_r, x_r)| \leq \eta_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

شرایط فرض شده برای توابع غیر خطی از ورودی‌های کنترلی در (۶) آورده شده است. این شرایط بیانگر این موضوع هستند که $\phi_1(u_1)$ داخل قطاع $[\alpha_1, \alpha_2]$ ، $\phi_2(u_2)$ داخل قطاع $[\beta_1, \beta_2]$ و $\phi_3(u_3)$ داخل قطاع $[\zeta_1, \zeta_2]$ قرار دارند [۲۳] و [۲۷]

$$\begin{cases} \phi_i(0) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \\ \alpha_1 u_1^\tau(t) \leq \phi_1(u_1(t)) \cdot u_1(t) \leq \alpha_2 u_1^\tau(t), \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0 \\ \beta_1 u_2^\tau(t) \leq \phi_2(u_2(t)) \cdot u_2(t) \leq \beta_2 u_2^\tau(t), \quad \beta_1, \beta_2 > 0 \\ \zeta_1 u_3^\tau(t) \leq \phi_3(u_3(t)) \cdot u_3(t) \leq \zeta_2 u_3^\tau(t), \quad \zeta_1, \zeta_2 > 0 \end{cases} \quad (6)$$

شکل ۲ شماتیکی فرضی از شرایط (۶) را برای $\phi_1(u_1)$ نشان می‌دهد. در این مقاله دو هدف برای کنترل سیستم (۲) در نظر گرفته شده است: **هدف اول:** طراحی کنترل کننده مقاومی است که با وجود عدم قطعیت‌های غیر ساختاری، اغتشاش خارجی و ورودی‌های کنترلی غیر خطی، سیستم فوق آشوب به سمت نقطه تعادل خود همگرا شود. $e = (x_{1e}, x_{2e}, x_{3e}, x_{4e}) = (0, 0, 0, 0)$

هدف دوم: برآورده شدن معیار تضعیف اغتشاش T است که (۷) این معیار را نشان می‌دهد. در (۷) مقدار اسکالر مثبت γ ، ضریب تضعیف اغتشاش بوده که از قبل مشخص می‌گردد [۲۵]

$$T = \int_0^\infty [x(t)^T x(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t)] dt \leq 0 \quad (7)$$

در (۷)، $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ بیانگر متغیرهای حالت سیستم (۲) و $w(t) \in \mathbb{R}$ اغتشاش خارجی است. شاخص یا معیار کارایی T که در (۷) تعریف شده است به صورت $\|x\|_r / \|w\|_r \leq \gamma$ قابل تبدیل است که در حالت محافظه کارانه می‌توان این نامساوی را به صورت (۸) بیان کرد [۲۵]. باید توجه داشت که در صورت برقراری نامساوی (۸)، حتماً معیار T در (۷) برآورده خواهد شد

$$\sup_{w(t) \neq 0} \frac{\|x(t)\|_r}{\|w(t)\|_r} \leq \gamma \quad (8)$$

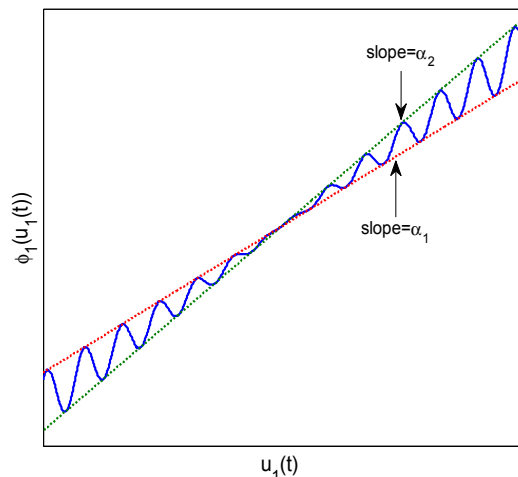
این تعریف از معیار T بیانگر کاهش نرم H_∞ متغیرهای حالت سیستم (۲) نسبت به اغتشاش و رساندن این نرم به مقدار مشخص γ می‌باشد. برای رسیدن به اهداف کنترلی مقاله، روش کنترل مد لغزشی انتخاب شده است.

۴- طراحی کنترل کننده مد لغزشی

طراحی با استفاده از روش کنترل مد لغزشی از دو مرحله (۱) تعریف بردار سطوح لغزشی و (۲) تعیین سیگنال کنترل برای رسیدن به سطوح لغزش تشکیل شده است. در بخش ۴-۱ بردار سطوح لغزش مناسب برای سیستم تعریف می‌شود و پایداری دینامیک سیستم فوق آشوب (۲) بر روی سطوح لغزش نشان داده می‌شود. بردار سیگنال‌های کنترل نیز در بخش ۴-۲ به گونه‌ای طراحی می‌گردند که شرط رسیدن به سطوح لغزش برآورده شود. برآورده شدن این شرط به صورت تحلیلی با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف به اثبات می‌رسد.

۴-۱ طراحی بردار سطوح لغزشی

بردار سطوح لغزشی را به صورت (۹) که در واقع سطوح سوئیچینگ انتگرالی تناسبی هستند، تعریف می‌کنیم. در (۹)، $C \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ و $s(t) = [s_1(t) \quad s_2(t) \quad s_3(t)]^T \in \mathbb{R}^{n_x}$



شکل ۲: شماتیک فرضی از شرط دوم (۶).

۳- بیان مسئله و اهداف کنترل سیستم

فرض می‌کنیم که سیستم (۱) تحت عدم قطعیت‌های غیر ساختاری، اغتشاش خارجی و ورودی‌های کنترلی غیر خطی است. رابطه (۲) توصیف ماتریسی معادلات سیستم را با در نظر گرفتن این موارد نشان می‌دهد

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bf + B\phi(u(t)) + B\Delta f + Dw(t) \quad (2)$$

که در آن $x = [x_1 \dots x_r]^T \in \mathbb{R}^{n_x}$ بیانگر متغیرهای حالت، $A \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ماتریس بخش خطی دینامیک سیستم، $f = [f_1 \quad f_2 \quad f_3]^T \in \mathbb{R}^{n_x}$ یک ماتریس عبارت‌های غیر خطی دینامیک سیستم، $B \in \mathbb{R}^{n_x \times r}$ ماتریس ثابت، $\phi(u) = [\phi_1(u_1) \quad \phi_2(u_2) \quad \phi_3(u_3)]^T \in \mathbb{R}^{n_x}$ بردار عدم قطعیت‌های غیر خطی، $\Delta f = [\Delta f_1 \quad \Delta f_2 \quad \Delta f_3]^T \in \mathbb{R}^{n_x}$ بردار عدم قطعیت‌های غیر ساختاری، $w(t) \in \mathbb{R}$ اغتشاش خارجی و $D \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ ماتریس ثابت می‌باشند. رابطه (۳) ماتریس‌های A ، B ، f و D را نشان می‌دهد

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma_1 \gamma & \gamma_1 \gamma & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & -\nu & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 x_2^\tau \\ \mu x_1 x_2^\tau \\ x_1^\tau + x_1 x_2^\tau \end{bmatrix}, \quad D = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

فرم $\dot{x}(t) = Ax(t) + f + B\phi(u(t)) + B\Delta f + Dw(t)$ را هم می‌توان برای توصیف ماتریسی معادلات سیستم (۱) به کار برد که در صورت استفاده از این فرم، باید Δf و f به صورت $\Delta f = [\Delta f_1 \quad \Delta f_2 \quad \Delta f_3 \quad 0]^T$ و $f = [-x_1 x_2^\tau \quad \mu x_1 x_2^\tau \quad x_1^\tau + x_1 x_2^\tau \quad 0]^T$ اصلاح گردند. برای اغتشاش خارجی $w(t) \in \mathbb{R}$ ، شرط $\|w(t)\|_r < \infty$ در نظر گرفته شده که (۴) تعریف $\|w(t)\|_r$ را نشان می‌دهد که در آن $\|w(t)\|_r$ ، بیانگر نرم اقلیدسی $w(t) \in \mathbb{R}$ است

$$\|w(t)\|_r = \sqrt{\int_0^\infty \|w(t)\|^2 dt} \quad (4)$$

رابطه (۵) محدودیت فرض شده برای عدم قطعیت‌های غیر ساختاری را نشان می‌دهد. همان طوری که از (۵) مشخص است، عدم قطعیت‌های غیر ساختاری کران دار بوده و ثابت‌های حقیقی η_1 ، η_2 و η_3 ، کران‌های بالای این عدم قطعیت‌ها می‌باشند

مثبت بوده و برای اثبات شرط رسیدن به سطوح لغزشی، کافی است نشان دهیم که مشتق تابع لیاپانوف مقداری کوچکتر از صفر و منفی ($\dot{V} \leq 0$) است که (۱۴) تا (۱۷) این مطلب را به اثبات می‌رسانند

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{d}{dt} \{s^T \Delta s^T s\} = s^T (C\dot{x}(t) - CAx(t) - Kx(t)) \\ &= s^T (f + \phi(u) + \Delta f - Kx) \\ &= s_1 (f_1 + \phi_1(u_1) + \Delta f_1 - (Kx)_{11}) \\ &\quad + s_r (f_r + \phi_r(u_r) + \Delta f_r - (Kx)_{r1}) \\ &\quad + s_r (f_r + \phi_r(u_r) + \Delta f_r - (Kx)_{r1}) \quad (14) \\ \Rightarrow \dot{V} &\leq [|s_1| (|f_1 - (Kx)_{11}| + \eta_1) \\ &\quad + |s_r| (|f_r - (Kx)_{r1}| + \eta_r) \\ &\quad + |s_r| (|f_r - (Kx)_{r1}| + \eta_r) + s_1 \phi_1(u_1) \\ &\quad + s_r \phi_r(u_r) + s_r \phi_r(u_r)] \end{aligned}$$

با استفاده از (۱۵) و (۱۶) برقراری نامساوی $s_1 \phi_1(u_1) < -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|$ را نشان می‌دهیم. به‌طور مشابه می‌توانیم اثبات کنیم که دو نامساوی $s_r \phi_r(u_r) < -\beta_r \lambda_r \Omega_r |s_r|$ و $s_r \phi_r(u_r) < -\zeta_r \lambda_r \Omega_r |s_r|$ نیز برقرارند. شرط ورودی کنترلی غیر خطی (۶) را برای $\phi_1(u_1)$ در نظر بگیرید. آنگاه خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \alpha_1 u_1^r(t) \leq \phi_1(u_1(t)) \cdot u_1(t) \leq \alpha_1 u_1^r(t) \\ u_1 = -\lambda_1 \Omega_1 \text{sign}(s_1) \end{aligned} \right. \Rightarrow \\ \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 \text{sign}^r(s_1) \leq -\lambda_1 \Omega_1 \text{sign}(s_1) \phi_1(u_1(t)) \quad (15) \\ \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 \text{sign}^r(s_1) \leq -\text{sign}(s_1) \phi_1(u_1(t)) \end{aligned}$$

با ضرب طرفین (۱۵) در $s_1^r(t)$ به (۱۶) خواهیم رسید

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 s_1^r \text{sign}^r(s_1) \leq -s_1^r \text{sign}(s_1) \phi_1(u_1(t)) \\ |s_1 \text{sign}(s_1)| = |s_1| \end{aligned} \right. \Rightarrow \\ \alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1|^r \leq -s_1 |s_1| \phi_1(u_1(t)) \quad (16) \\ \Rightarrow s_1 \phi_1(u_1(t)) \leq -\alpha_1 \lambda_1 \Omega_1 |s_1| \end{aligned}$$

با استفاده از سه نامساوی ارائه‌شده در بالا و جایگذاری آنها در (۱۴)، (۱۷) حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \{ |s_1| \Omega_1 (1 - \alpha_1 \lambda_1) + |s_r| \Omega_r (1 - \beta_r \lambda_r) \\ + |s_r| \Omega_r (1 - \zeta_r \lambda_r) \} \quad (17) \end{aligned}$$

از آنجایی که در (۶)، سه شرط $\lambda_1 > 1/\alpha_1$ ، $\lambda_r > 1/\beta_r$ و $\lambda_r > 1/\zeta_r$ در نظر گرفته شده بود، بنابراین نامساوی (۱۸) برای \dot{V} حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq -\{ |s_1| \Omega_1 (\alpha_1 \lambda_1 - 1) + |s_r| \Omega_r (\beta_r \lambda_r - 1) \\ + |s_r| \Omega_r (\zeta_r \lambda_r - 1) \} \quad (18) \\ \Rightarrow \dot{V} \leq -|m(t)| \end{aligned}$$

با تعریف تابع $m(t)$ به‌صورت (۱۸) و انتگرال‌گیری از نامساوی (۱۸)، از لحظه صفر تا لحظه t ، به (۱۹) خواهیم رسید

$$\begin{aligned} V(t) \leq V(0) - \int_0^t |m(\tau)| d\tau \quad (19) \\ \Rightarrow V(0) \geq V(t) + \int_0^t |m(\tau)| d\tau \geq \int_0^t |m(\tau)| d\tau \end{aligned}$$

برای طرفین نامساوی (۱۹)، t را به سمت بی‌نهایت ($t \rightarrow \infty$) میل داده، (۲۰) نتیجه می‌گردد

تعیین می‌شود که $CD = 0$ و ماتریس CB معکوس‌پذیر باشد. در ادامه برای راحتی در بیان اثبات‌ها و محاسبات، بدون از دست دادن کلیت، شرط معکوس‌پذیری ماتریس CB با شرط $CB = I_{r \times r}$ جایگزین شده است. $K \in \mathbb{R}^{r \times r}$ ماتریس بهره فیدبک بوده و به‌گونه‌ای تعیین می‌شود که معیار T ارائه‌شده در (۷) برآورده شده و همچنین دینامیک سیستم (۲) روی بردار سطوح لغزشی پایدار گردد [۲۵] و [۲۷]

$$s(t) = Cx(t) - \int_0^t C(A+BK)x(\lambda) d\lambda \quad (9)$$

هنگامی که دینامیک سیستم (۲) روی مد لغزشی قرار می‌گیرد، رابطه $\dot{s}(t) = s(t) = 0$ همواره برقرار است. با توجه به این نکته، برای به‌دست آوردن کنترل معادل $\phi_{eq}(u)$ ، با مشتق‌گیری از (۹) و جایگذاری (۲)، به (۱۰) می‌رسیم

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= C\dot{x}(t) - CAx(t) - CBKx(t) \\ &= \phi_{eq}(u) + f + \Delta f - Kx = 0 \quad (10) \\ \Rightarrow \phi_{eq}(u) &= Kx - f - \Delta f \end{aligned}$$

با توجه به این که در کاربردهای جهان واقعی عدم قطعیت Δf ناشناخته است، $\phi_{eq}(u)$ به‌صورت $\phi_{eq}(u) = Kx - f$ در نظر گرفته می‌شود [۲۶]. با جایگذاری کنترل معادل $\phi_{eq}(u)$ در (۲) و همچنین با توجه به قرارگرفتن روی سطوح لغزشی و خاصیت تغییرناپذیری سطوح لغزشی، می‌توان نتیجه گرفت که $B\Delta f = 0$ است [۲۷]. از این رو دینامیک مد لغزشی سیستم فوق آشوب به‌صورت (۱۱) نتیجه می‌شود

$$\dot{x}(t) = (A+BK)x(t) + Dw(t) \quad (11)$$

در ادامه ماتریس K باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که پایداری روی سطوح لغزش تضمین شده و همچنین شاخص T ارائه‌شده در (۷) را نیز برآورده کند.

۴-۲ طراحی بردار سیگنال‌های کنترل لغزشی

بردار سیگنال‌های کنترل به‌صورت (۱۲) در نظر گرفته می‌شوند که $\text{sign}(s_i)$ بیانگر تابع علامت بوده و $i = 1, 2, 3$ و Ω_i توابعی از متغیرهای حالت سیستم (۲) هستند که به‌صورت (۱۳) انتخاب می‌شوند [۲۵] و [۲۷]

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_r(t) \\ u_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \Omega_1 \text{sign}(s_1(t)) \\ -\lambda_r \Omega_r \text{sign}(s_r(t)) \\ -\lambda_r \Omega_r \text{sign}(s_r(t)) \end{bmatrix}, \begin{cases} \lambda_1 > 1/\alpha_1 \\ \lambda_r > 1/\beta_r \\ \lambda_r > 1/\zeta_r \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \Omega_1 = |f_1 - (KX)_{11}| + \eta_1 = |-x_r x_r^r - (KX)_{11}| + \eta_1 \\ \Omega_r = |f_r - (KX)_{r1}| + \eta_r = |x_1 x_1^r - (KX)_{r1}| + \eta_r \\ \Omega_r = |f_r - (KX)_{r1}| + \eta_r = |x_r^r + x_1 x_r - (KX)_{r1}| + \eta_r \end{cases} \quad (13)$$

در (۱۳)، عناصر ماتریس $(Kx)_{i1}$ ، $i = 1, 2, 3$ می‌باشند. در ادامه باید نشان دهیم که بردار سیگنال کنترل (۱۲) شرط رساندن سیستم به سطوح لغزشی را برآورده می‌کند. بدین منظور قضیه ۱ و اثبات آن را ارائه می‌دهیم.

قضیه ۱: با در نظر گرفتن دینامیک سیستم به‌صورت (۲)، بردار سطوح لغزشی (۹) و بردار سیگنال‌های کنترل (۱۲)، شرط رسیدن سیستم به سطوح لغزش برآورده می‌شود.

اثبات قضیه ۱: برای اثبات از تئوری پایداری لیاپانوف استفاده می‌کنیم. تابع لیاپانوف را به‌صورت $V = s^T \Delta s^T s$ در نظر می‌گیریم که یک تابع

۵- نتایج شبیه‌سازی

شبیه‌سازی‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB انجام شده و شرایط اولیه سیستم (۲) به فرم $[x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)]^T = [-2, -1, -7, 2]^T$ فرض شده است. ماتریس C به صورت (۲۴) انتخاب شده است که دو شرط $CD = 0$ و $CB = I_{3 \times 3}$ را برآورده می‌کند

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

با انتخاب $\gamma = 2$ ، ماتریس‌های \hat{K} و \hat{P} با استفاده از قضیه ۲ و نامساوی ماتریسی (۲۲) به دست می‌آیند. این دو ماتریس در (۲۵) نشان داده شده‌اند

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} -2,0889 & -3,1332 & 0 & -6,019 \\ -3,1332 & -5,2341 & 0 & 0,8673 \\ 0 & 0 & -0,3366 & 0 \\ 1,0261 & -1,0933 & 0 & -0,2769 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\hat{P} = \begin{bmatrix} 1,0261 & -1,0933 & 0 & -0,2769 \\ -1,0933 & 2,1105 & 0 & 0,5357 \\ 0 & 0 & 0,9382 & 0 \\ -0,2769 & 0,5357 & 0 & 0,3243 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ماتریس $K = \hat{K}\hat{P}^{-1}$ به صورت (۲۶) نتیجه می‌شود

$$K = \begin{bmatrix} -8,04 & 1,39 & 0 & -27,72 \\ -12,84 & -12,2 & 0 & 11,84 \\ 0 & 0 & -0,39 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

عدم قطعیت‌های غیر ساختاری به صورت (۲۷) و توابع غیر خطی از ورودی‌های کنترلی به صورت (۲۸) انتخاب شده‌اند

$$\begin{cases} \Delta f_1 = 0,4 \prod_{i=1}^4 \sin(i\pi y_i) \Rightarrow \eta_1 = 0,4 \\ \Delta f_2 = 0,5 \prod_{i=1}^4 \sin(i\pi y_i) \Rightarrow \eta_2 = 0,5 \\ \Delta f_3 = 0,6 \prod_{i=1}^4 \sin(i\pi y_i) \Rightarrow \eta_3 = 0,6 \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \phi_1(u_1) = [1,2 + 0,2 \sin(u_1)]u_1, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1,4 \\ \phi_2(u_2) = [0,9 + 0,4 \cos(u_2)]u_2, \beta_1 = 0,5, \beta_2 = 1,3 \\ \phi_3(u_3) = [2,4 + 0,4 \sin(u_3)]u_3, \zeta_1 = 2, \zeta_2 = 2,8 \end{cases} \quad (28)$$

با توجه به قضیه ۱، پارامترهای $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ به فرم $\lambda_i = \delta > 1/\alpha_i = 1$ ، $\lambda_4 = 4 > 1/\beta_1 = 2$ اعمال شده‌اند تا شرط رسیدن به سطوح لغزشی برآورده شود. با انتخاب تمام پارامترها به صورت بالا، سطوح لغزشی به صورت (۲۹) و سیگنال‌های کنترل به صورت (۳۰) و نتیجه می‌شوند

$$\begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + \int_0^t [1,5\gamma x_1 - 9,1x_2 + 27,7\gamma x_3] d\lambda \\ x_2 + \int_0^t [4,8\lambda x_1 + 12,2x_2 - 19,8\lambda x_3] d\lambda \\ x_3 + \int_0^t 4,4x_3 d\lambda \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t |m(\tau)| d\tau \leq V(\cdot) < \infty \quad (20)$$

با توجه به لم باربالت، از (۲۰) به (۲۱) می‌رسیم

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |m(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} \{ |s_1| \Omega_1 (\alpha_1 \lambda_1 - 1) + |s_2| \Omega_2 (\beta_1 \lambda_1 - 1) + |s_3| \Omega_3 (\zeta_1 \lambda_1 - 1) \} \rightarrow 0 \quad (21)$$

از آنجایی که برای همه زمان‌های $t > 0$ ، همواره $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 > 0$ ، $(\alpha_1 \lambda_1 - 1) > 0$ ، $(\beta_1 \lambda_1 - 1) > 0$ و $(\zeta_1 \lambda_1 - 1) > 0$ هستند، با توجه به (۲۱) می‌توان نتیجه گرفت برای زمانی که t به سمت بی‌نهایت ($t \rightarrow \infty$) میل می‌کند، $s_1(t), s_2(t), s_3(t)$ به سمت صفر میل خواهند کرد ($s_1(t), s_2(t), s_3(t) \rightarrow 0$).

در ادامه باید ماتریس K به گونه‌ای تعیین شود که دینامیک لغزشی (۱۱) پایدار گردد و معیار کارایی T برآورده شود. برای تعیین ماتریس K از قضیه ارائه شده در [۲۵] استفاده کرده و این قضیه را بر روی سیستم (۲) پیاده‌سازی می‌کنیم. قضیه ۲، نحوه تعیین ماتریس K را نشان می‌دهد. **قضیه ۲ [۲۵]:** دینامیک مد لغزشی (۱۱) را با وجود اغتشاش خارجی $w(t)$ در نظر گرفته و فرض کنید که ضریب تضعیف اغتشاش γ توسط طراح تعیین شده است. چنانچه ماتریس \hat{K} و ماتریس متقارن مثبت معین \hat{P} به گونه‌ای وجود داشته باشند که نامساوی ماتریسی خطی (۲۲) برآورده شود، آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که ماتریس بهره فیدبک $K = \hat{K}\hat{P}^{-1}$ دینامیک سیستم (۲) را پایدار کرده و معیار T ارائه شده در (۷) را نیز برآورده می‌سازد

$$\begin{bmatrix} \hat{P}A^T + A\hat{P} + \hat{K}^T B^T + B\hat{K} & D & \hat{P} \\ D^T & -\gamma^2 I & 0 \\ \hat{P} & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

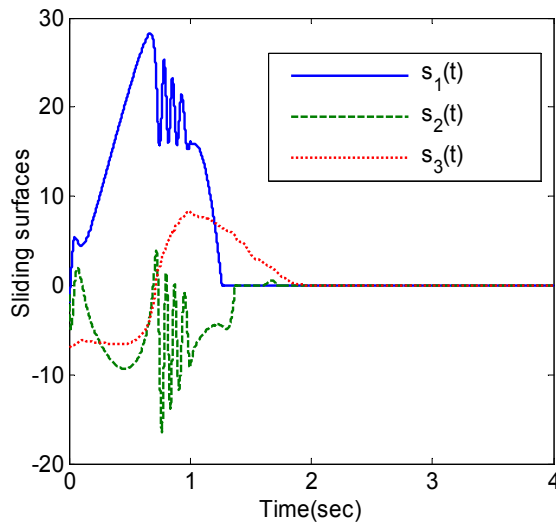
برای اثبات قضیه به [۲۵] مراجعه شود.

به علت وجود تابع علامت و در نتیجه ناپیوستگی سیگنال‌های کنترلی، سوئیچینگ فرکانس بالایی در این سیگنال‌ها به وجود می‌آید. این سوئیچینگ فرکانس بالا باعث به وجود آمدن پدیده چترینگ می‌شود که در عمل باعث آسیب دیدن و کاهش عمر مفید عملگرها خواهد شد. برای غلبه بر این مشکل می‌توان تابع علامت را با تابعی پیوسته و مشابه با تابع علامت جایگزین کرد. رابطه (۲۳) سیگنال‌های کنترلی را با این توابع پیوسته جدید نشان می‌دهد

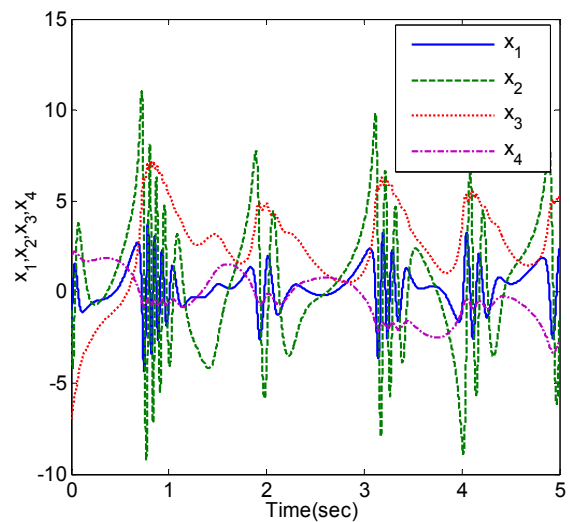
$$\begin{aligned} u_1(t) &= -\lambda_1 \Omega_1 \frac{s_1}{|s_1| + \varepsilon_1}, \lambda_1 > \frac{1}{\alpha_1} \\ u_2(t) &= -\lambda_2 \Omega_2 \frac{s_2}{|s_2| + \varepsilon_2}, \lambda_2 > \frac{1}{\beta_1} \\ u_3(t) &= -\lambda_3 \Omega_3 \frac{s_3}{|s_3| + \varepsilon_3}, \lambda_3 > \frac{1}{\zeta_1} \end{aligned} \quad (23)$$

در (۲۳)، $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ سه پارامتر مثبت خیلی کوچک و در اختیار طراح می‌باشند. سیگنال‌های کنترلی (۲۳) توانایی رساندن سیستم فوق آشوب را به همسایگی‌های خیلی کوچک اطراف $s_i(t) = 0, i = 1, 2, 3$ دارند و شعاع این همسایگی‌ها به پارامترهای $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ که در دست طراح است بستگی دارد [۲۷].

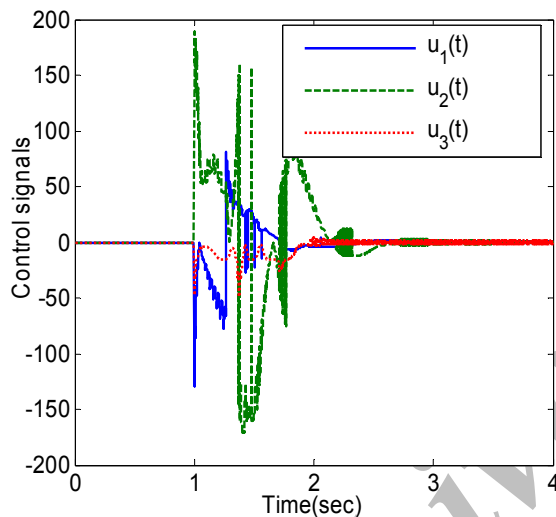
1. Barbalat's Lemma
2. Positive Definite Symmetric Matrix



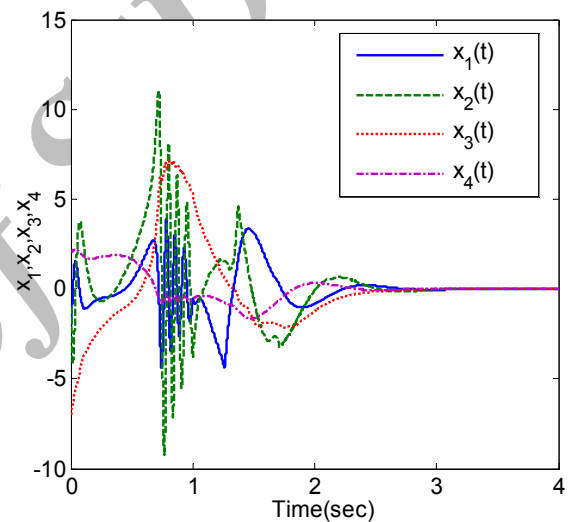
شکل ۵: نمودار سطوح لغزشی با اعمال کنترل کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.



شکل ۳: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) بدون اعمال کنترل کننده‌ها.



شکل ۶: نمودار سیگنال‌های کنترلی با اعمال کنترل کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.



شکل ۴: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) با اعمال کنترل کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.

۱-۵ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از سیگنال‌های کنترلی (۳۰) و اغتشاش نویز سفید

شکل ۳ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) را بدون اعمال کنترل کننده‌ها نشان می‌دهد.

شکل ۴ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب را با اعمال سیگنال‌های کنترلی (۳۰) و اغتشاش نویز سفید نشان می‌دهد که متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل خود همگرا شده‌اند. شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب نمودار سطوح لغزشی و نمودار سیگنال‌های کنترلی را نشان می‌دهند. همان طوری که انتظار می‌رفت، به علت استفاده از تابع علامت، سیگنال‌های کنترلی این قسمت از سوئیچینگ فرکانس بالایی برخوردارند که در پیاده‌سازی عملی مشکلاتی را به وجود می‌آورد.

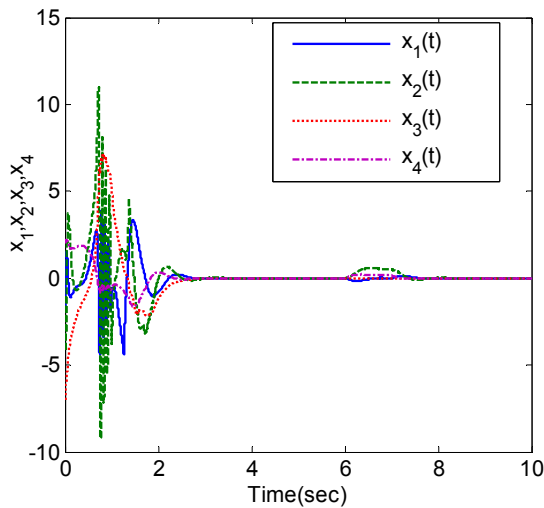
۲-۵ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از سیگنال‌های کنترلی (۳۱) و اغتشاش نویز سفید

شکل ۷ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب را با اعمال سیگنال‌های کنترلی (۳۱) و اغتشاش نویز سفید نشان می‌دهد که متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل خود همگرا شده‌اند. شکل‌های ۸ و

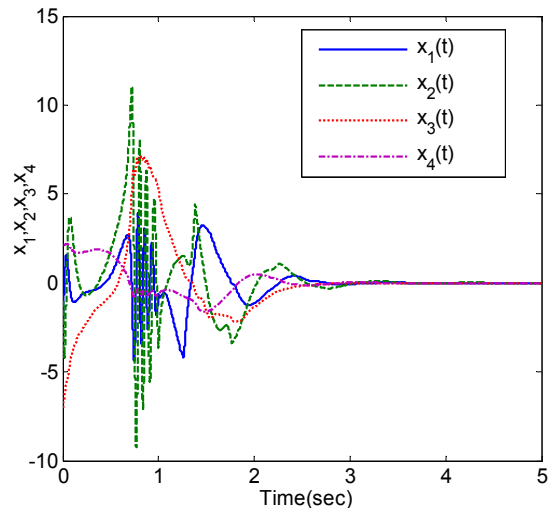
$$\begin{cases} u_1 = -\delta \left\{ -x_r x_r^* + \lambda x_1 - 1/4 x_r + 27/7 x_r \right\} + 0/4 \text{sign}(s_1) \\ u_r = -\delta \left\{ 4 x_r x_r^* + 12/8 x_1 + 12/2 x_r - 11/8 x_r \right\} + 0/5 \text{sign}(s_r) \\ u_r = -1/5 \left\{ x_r^* + x_r x_r + 0/36 x_r \right\} + 0/6 \text{sign}(s_r) \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} u_1 = -\delta \left\{ -x_r x_r^* + \lambda x_1 - 1/4 x_r + 27/7 x_r \right\} + 0/4 \frac{s_1}{|s_1| + 0/5} \\ u_r = -\delta \left\{ 4 x_r x_r^* + 12/8 x_1 + 12/2 x_r - 11/8 x_r \right\} + 0/5 \frac{s_r}{|s_r| + 0/5} \\ u_r = -1/5 \left\{ x_r^* + x_r x_r + 0/36 x_r \right\} + 0/6 \frac{s_r}{|s_r| + 0/5} \end{cases} \quad (31)$$

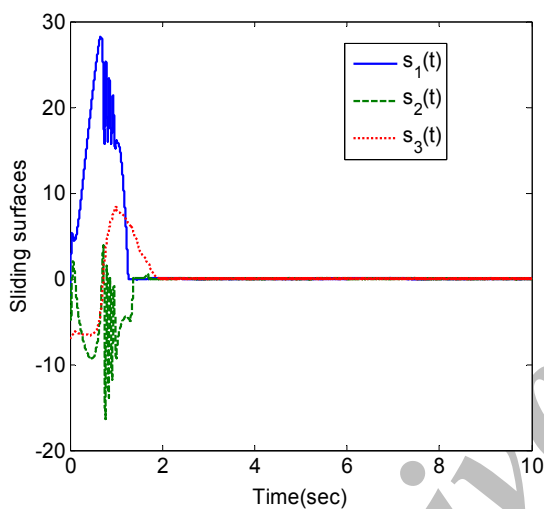
در شبیه‌سازی، دو نوع اغتشاش برای سیستم آشوبناک در نظر گرفته شده و برای هر نوع اغتشاش، شبیه‌سازی‌ها به‌طور جداگانه انجام شده است. در حالت اول، اغتشاش $w(t)$ به‌صورت نویز سفید با میانگین صفر و واریانس یک و در حالت دوم، اغتشاش $w(t)$ به‌صورت پالسی با دامنه یک در فاصله زمانی ثانیه ۶ تا ۷ ام به سیستم اعمال شده است.



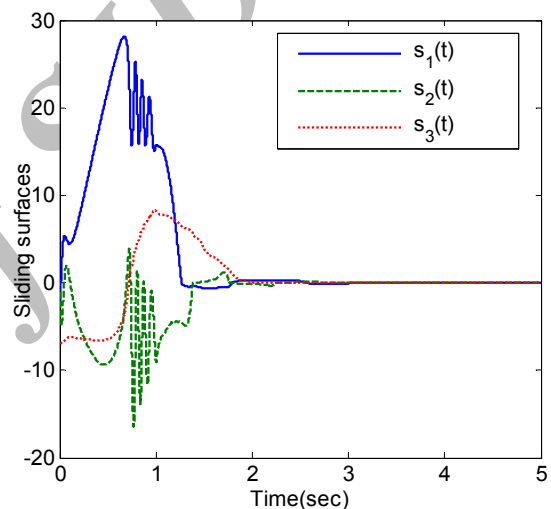
شکل ۱۰: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) با اعمال کنترل کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.



شکل ۷: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) با اعمال کنترل کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.



شکل ۱۱: نمودار سطوح لغزشی با اعمال کنترل کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.



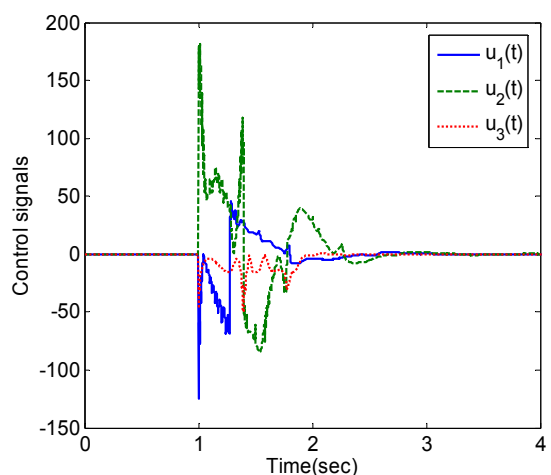
شکل ۸: نمودار سطوح لغزشی با اعمال کنترل کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.

۳-۵ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از سیگنال‌های کنترلی (۳۰) و اغتشاش پالسی

شکل ۱۰ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب را با اعمال سیگنال‌های کنترلی (۳۰) و اغتشاش پالسی نشان می‌دهد که متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل خود همگرا شده‌اند. شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب نمودار سطوح لغزشی و نمودار سیگنال‌های کنترل را نشان می‌دهند. اغتشاش پالسی با دامنه یک در فاصله زمانی لحظه‌های $t = 6 \text{ sec}$ تا $t = 7 \text{ sec}$ به سیستم اعمال شده است. در این حالت نیز به دلیل ناپیوستگی سیگنال‌های کنترلی، سوئیچینگ فرکانس بالایی در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود.

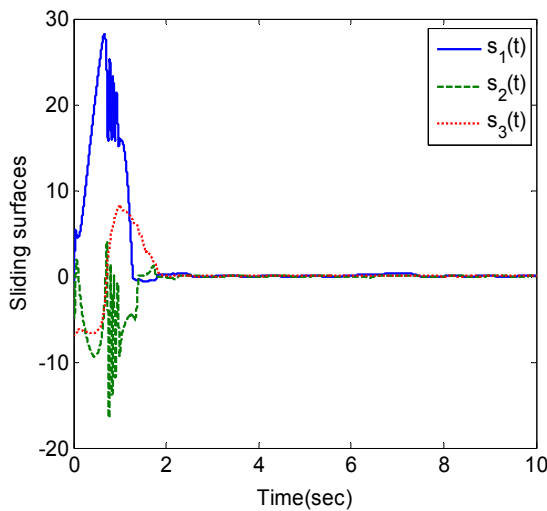
۴-۵ نتایج شبیه‌سازی با استفاده از سیگنال‌های کنترلی (۳۱) و اغتشاش پالسی

شکل ۱۳ پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق آشوب را با اعمال سیگنال‌های کنترلی (۳۱) و اغتشاش پالسی نشان می‌دهد که متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل خود همگرا شده‌اند. شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به ترتیب نمودار سطوح لغزشی و نمودار سیگنال‌های کنترل را نشان

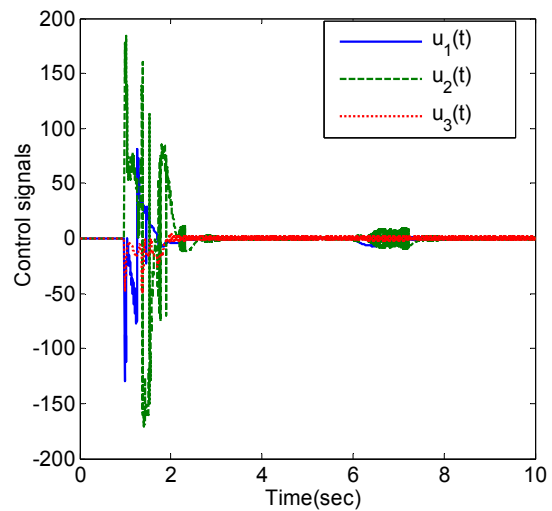


شکل ۹: نمودار سیگنال‌های کنترلی با اعمال کنترل کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش نویز سفید.

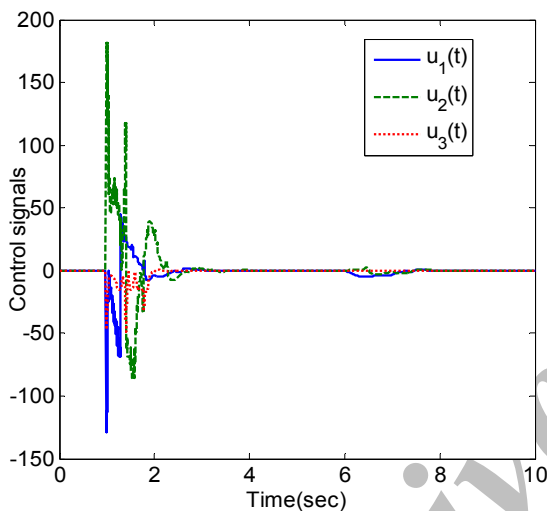
۹ به ترتیب نمودار سطوح لغزشی و نمودار سیگنال‌های کنترل را نشان می‌دهند. با توجه به پیوستگی سیگنال‌های کنترلی (۳۱)، سوئیچینگ‌های فرکانس بالا تا حد زیادی کاهش یافته است و در این حالت شاهد سیگنال‌هایی هموار هستیم.



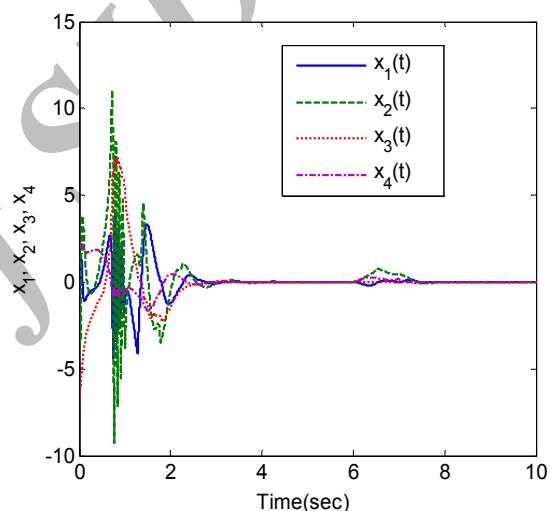
شکل ۱۴: نمودار سطوح لغزشی با اعمال کنترل‌کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.



شکل ۱۲: نمودار سیگنال‌های کنترلی با اعمال کنترل‌کننده‌های (۳۰) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.



شکل ۱۵: نمودار سیگنال‌های کنترلی با اعمال کنترل‌کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.



شکل ۱۳: پاسخ زمانی متغیرهای حالت سیستم (۲) با اعمال کنترل‌کننده‌های (۳۱) در لحظه $t = 1 \text{ sec}$ و اغتشاش پالسی.

مقاله ارائه و شبیه‌سازی شد. راه حل دیگر برای این مشکل، جایگزینی توابع علامت با توابع فازی است که در این حالت باید پایداری روش کنترلی دوباره به اثبات برسد که این نکته می‌تواند به‌عنوان یک پیشنهاد در راستای ادامه کار این مقاله مورد بررسی قرار گیرد.

می‌دهند. همان‌طور که در شکل ۱۵ دیده می‌شود با توجه به پیوستگی سیگنال‌های کنترلی (۳۱)، سوئیچینگ‌های فرکانس بالا کاهش قابل توجهی یافته است.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله برای طراحی کنترل مقاوم سیستم فوق آشوب، از روش کنترلی لغزشی با تعریف سه سطح لغزشی انتگرالی-تناسبی استفاده شده است. در حین فرآیند طراحی، محدودیت‌های فیزیکی و عملی همچون غیر خطی بودن ورودی‌های کنترلی، عدم قطعیت و اغتشاش در نظر گرفته شد و پایداری سیستم فوق آشوب حلقه بسته صورت تحلیلی و با استفاده از تئوری لیاپانوف به اثبات رسید. شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نشان داد که کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده با استفاده از این روش، با وجود عوامل ناخواسته ذکر شده، قادر به حذف پدیده فوق آشوب، همگراساختن متغیرهای حالت سیستم به سمت نقطه تعادل و کاهش نرم H_{∞} متغیرهای حالت سیستم نسبت به اغتشاش می‌باشند. یکی از معایب روش کنترلی ارائه‌شده، وجود پدیده چترینگ و سوئیچینگ‌های فرکانس بالا در سیگنال‌های کنترلی است. علت این پدیده، استفاده از توابع ناپیوسته علامت در سیگنال‌های کنترلی است که برای رفع آن یک راه حل در این

مراجع

- [1] O. E. Rössler, "An equation for hyperchaos," *Physics Letters A*, vol. 71, no. 2, pp. 155-157, Apr. 1979.
- [2] Y. Li, W. Tang, and G. Chen, "Hyperchaos evolved from the generalized lorenz equation," *Int. J. of Circuit Theory and Applications*, vol. 33, no. 4, pp. 235-251, Jul 2005.
- [3] T. Gao, G. Chen, Z. Chen, and S. Chen, "The generation and circuit implementation of a new hyperchaos upon Lorenz system," *Physics Letters A*, vol. 361, no. 1, pp. 78-86, Jan. 2007.
- [4] C. Wang, X. Zhang, Y. Zheng, and Y. Li, "A new modified hyperchaotic Lü system," *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, vol. 371, no. 2, pp. 260-272, Nov. 2006.
- [5] Y. Li, W. Tang, and G. Chen, "Generating hyperchaos via state feedback control," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 15, no. 10, pp. 3367-3375, Oct. 2005.
- [6] T. Gao, Z. Chen, Z. Yuan, and G. Chen, "A hyperchaos generated from chen's system," *Int. J. of Modern Physics C*, vol. 17, no. 4, pp. 471-478, Jul. 2006.
- [7] Z. Chen, Y. Yuang, G. Qi, and Z. Yuan, "A novel hyperchaos system only with one equilibrium," *Physics Letters A*, vol. 360, no. 6, pp. 696-701, Jan. 2007.

- [22] M. J. Jang, C. L. Chen, and C. K. Chen, "Sliding mode control of hyperchaos in Rössler systems," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 14, no. 9, pp. 1465-1476, Dec. 2002.
- [23] T. Y. Chiang and M. L. Hung, "Sliding mode control for uncertain unified chaotic systems with input nonlinearity," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 34, no. 3, pp. 437-442, Oct. 2007.
- [24] H. Wang, Z. Z. Han, Q. Y. Xie, and W. Zhang, "Sliding mode control for chaotic systems based on LMI," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, no. 4, pp. 1410-1417, Apr. 2009.
- [25] T. L. Liao, J. J. Yan, and Y. Y. Hou, "Robust chaos suppression for the family of nonlinear chaotic systems with noise perturbation," *Nonlinear Analysis: Theory, Methods, and Applications*, vol. 69, no. 1, pp. 14-23, Jul. 2008.
- [26] S. Dadras, H. R. Momeni, and V. J. Majd, "Sliding mode control for uncertain new chaotic dynamical system," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 41, no. 4, pp. 1857-1862, Aug. 2009.
- [27] J. J. Yan, "H_∞ controlling hyperchaos of the Rössler system with input nonlinearity," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 21, no. 2, pp. 283-293, Jul. 2004.
- [8] W. Wu, Z. Chen, and Z. Yuan, "The evolution of a novel four-dimensional autonomous system: among 3-torus, limit cycle, 2-torus, chaos, and hyperchaos," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 39, no. 5, pp. 2340-2356, Mar. 2009.
- [9] Y. Li, G. Chen, and W. Tang, "Controlling a unified chaotic system to hyperchaotic," *IEEE Trans. Circuit System II*, vol. 52, no. 4, pp. 204-207, Apr. 2005.
- [۱۰] ع. ابویی، م. ر. جاهد مطلق و ز. رحمانی چراتی، "ارائه یک سیستم آشوبناک بعد بالایی جدید همراه با یک نقطه تعادل و پایدارسازی آن با استفاده از فیدبک حالت خطی،" *مجله کنترل*، جلد ۳، شماره ۱، صص. ۴۶-۳۷، بهار ۱۳۸۸.
- [11] G. Perez and H. Cerdeira, "Extracting messages masked by chaos," *Physical Review Letters*, vol. 74, no. 1, pp. 1970-1973, Mar. 1995.
- [12] L. Pecora, "Hyperchaos harnessed," *Physics World*, vol. 9, no. 1, pp. 17-18, May. 1996.
- [13] A. Genys, A. Tamasevicius, and A. Bazailiauskas, "Hyperchaos in coupled colpitts oscillators," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 17, no. 2, pp. 349-353, Jul. 2003.
- [14] S. Cincotti and S. Stefano, "Complex dynamical behaviors in two non-linearly coupled chua's circuits," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 21, no. 3, pp. 633-641, Jul. 2004.
- [15] J. P. Goedgebuer, L. Larger, and H. Porle, "Optical cryptosystem based on synchronization of hyperchaos generated by a delayed feedback tunable laser diode," *Physical Review Letters*, vol. 80, no. 10, pp. 2249-2252, Mar. 1998.
- [16] J. A. Laoye, U. E. Vincent, and S. O. Kareem, "Chaos control of 4D chaotic systems using recursive backstepping nonlinear controller," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 39, no. 1, pp. 356-362, Jan. 2009.
- [17] F. Q. Dou, J. A. Sun, W. S. Duan, and K. P. Lü, "Controlling hyperchaos in the new hyperchaotic system," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, no. 2, pp. 552-559, Feb. 2009.
- [18] Y. Y. Hou, T. L. Liao, and J. J. Yan, "H_∞ synchronization of chaotic systems using output feedback control design," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 379, no. 1, pp. 81-89, Jun. 2007.
- [19] W. Jiang, G. G. Qiao, and D. Bin, "H_∞ variable universe adaptive fuzzy control for chaotic system," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 24, no. 4, pp. 1075-1086, May 2005.
- [20] H. Guo, S. Lin, and J. Liu, "A radial basis function sliding mode controller for chaotic Lorenz system," *Physics Letters A*, vol. 351, no. 4, pp. 257-261, Mar. 2006.
- [21] H. T. Yau and C. L. Chen, "Chattering-free fuzzy sliding-mode control strategy for uncertain chaotic systems," *Chaos, Solitons, and Fractals*, vol. 30, no. 3, pp. 709-718, Nov. 2006.

علی ابویی مدارک کارشناسی و کارشناسی ارشد خود را به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۶ و ۱۳۹۰ از دانشگاه علم و صنعت ایران در زمینه مهندسی برق کنترل اخذ نمود. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه نامبرده شامل موضوعاتی مانند کنترل سیستم‌های آشوب و فوق آشوب، کنترل مقاوم، کنترل غیرخطی و کنترل فازی می‌باشد.

محمد رضا جاهد مطلق در سال ۱۳۵۷ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه صنعتی شریف دریافت نمود و پس از ۶ سال کار در فعالیت‌های صنعتی، برای ادامه تحصیلات خود به انگلستان رفت و مدارک کارشناسی ارشد و دکتری خود را در سال‌های ۱۳۶۶ و ۱۳۷۰ از دانشگاه برادفورد انگلستان در زمینه مهندسی کنترل اخذ نمود. پس از بازگشت، از سال ۱۳۷۰ تاکنون در دانشگاه علم و صنعت ایران مشغول به فعالیت می‌باشد. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند کنترل غیرخطی، محاسبات آشوبگونه، کنترل سیستم‌های هابیرید، کنترل چند متغیره و کنترل سیستم‌های پیچیده می‌باشد.

زهرا رحمانی در سال ۱۳۷۶ مدرک کارشناسی مهندسی برق کنترل خود را از دانشگاه صنعتی شریف دریافت نمود و مدارک کارشناسی ارشد و دکتری مهندسی برق کنترل را به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۶ از دانشگاه علم و صنعت ایران اخذ نموده است و هم‌اکنون استادیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی بابل می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه نامبرده شامل موضوعاتی مانند سیستم‌های پیچیده و آشوبگونه، کنترل غیرخطی، کنترل هوشمند و محاسبات نرم می‌باشد.