به نام خدا

پروژه درس

کنترل غیرخطي

طراحي کنترلر مقاوم لغزشي

براي سيستم Ball And Beam

فهرست مطالب

چکیده ۲

مقدمه ۳

معرفي روش مُد لغزشي ۴

سطح لغزش (Sliding Surface) ۴

پديده Chattering ۶

محاسبه قانون كنترل ۷

معادلات ديناميكي سيستم Ball and Beam ۹

پياده‌سازي و شبيه‌سازي سيستم در سيمولينك ۱۰

اعمال ورودي پله ۱۲

اعمال ورودي سينوسي ۱۴

نتيجه‌گيري ۱۷

مراجع ۱۷

چکیده

در این گزارش، طراحی یک کنترلر مُد لغزشی (Sliding Mode) برای سیستم Ball And Beam ارائه شده است. ابتدا تئوری‌های مربوط به این روش کنترلی بیان شده و در ادامه با استفاده از بخش سیمولینک نرم‌افزار MATLAB، کنترلر مُد لغزشی برای سیستم مذکور طراحی و شبیه‌سازی گردیده است.

مقدمه

با توجه به این واقعیت که وجود عدم قطعیت (Uncertainty) در سیستم‌ها امری اجتناب‌ناپذیر است، لذا گرایش به سمت طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم (Robust) در برابر عدم قطعیت‌ها مسئله‌ای ضروری به نظر می‌رسد. اصولا منابع عدم قطعیت را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

1. ***عدم قطعیت ساختار یافته (Structured) یا پارامتریک (Parametric).***
2. ***عدم قطعیت ساختار نیافته (Unstructured) که شامل غیرخطی بودن (Nonlinearity) و دینامیک‌های مدل نشده (Unmodeled Dynamics) می‌شود.***

با توجه به اینکه وجود عدم قطعیت در مدل کردن سیستم‌های غیرخطی می‌تواند اثرات شدیدی در کنترل این‌گونه سیستم‌ها به جا بگذارد، لذا استفاده از کنترل مُد لغزشی، که یک روش مقاوم است، می‌تواند با این مشکل مقابله کند. نوعا ساختار یک کنترل‌کننده مقاوم از دو بخش زیر تشکیل می‌شود:

۱- ***بخش عادی؛ مانند خطی‌سازی فیدبک یا قانون کنترل معکوس.***

۲- ***بخش افزوده؛ که با عدم قطعیت‌های موجود در مُدل سروکار دارد.***

معرفی روش مُد لغزشی (Sliding Mode)

ایدهٔ اصلی روش کنترلی مُد لغزشی از اینجا نشأت می‌گیرد که کنترل یک سیستم غیرخطی درجه ۱ با وجود عدم قطعیت، ساده‌تر از کنترل یک سیستم غیرخطی درجه n است. در حقیقت مسئله درجه n را با مسئله معادل یک سیستم درجه ۱ جایگزین می‌کنیم. کنترل مُد لغزشی یک روش سیستماتیک برای مسئله پایداری و عملکرد مناسب در مواجهه با وجود عدم دقت در مدل ارائه می‌کند. با برقراری امکان مصالحه بین مدل کردن و عملکرد مطلوب، می‌توان دید شفافی از فرآیند طراحی به دست آورد. این روش به‌طور موفقیت آمیزی در سیستم‌هایی مثل ***بازوی ربات‌ها***، ***وسایل نقلیه زیرآبی***، ***موتورها و محرکه‌های خودرویی***، ***موتورهای الکتریکی با قابلیت عملکرد بالا*** و ***سیستم‌های قدرت*** به‌کار گرفته شده است.

سطح لغزش (Sliding Surface)

سیستم دینامیکی تک-ورودی با معادله $\begin{cases} x^{(n)} = f(X) + b(X)u \\ X = [x\ \dot{x}\ \dots\ x^{(n-1)}]^T \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم که در آن، اسکالر x به عنوان خروجی مورد نظر و اسکالر u به عنوان ورودی کنترل می‌باشد. در حالت کلی تابع f(X) یک تابع غیرخطی است که دقیقا معلوم نبوده و کران بالایی از عدم قطعیت آن در دست است $\left(\left|\hat{f} - f\right| \le F\right)$. بهره کنترلی b(X) نیز دقیقا معلوم نبوده و فقط دارای علامت و کران‌های مشخصی است $(0 < b_{min} \le b \le b_{max})$.

حال مسئله کنترلی عبارت است از اینکه می‌خواهیم حالت X، حالت متغیر با زمان و مشخصی مانند $X_d = \left[x_d \ \dot{x}_d \ldots x_d^{(n-1)}\right]^T$ را با وجود عدم قطعیت در f(X) و b(X) دنبال کند. اگر بخواهیم با سیگنال کنترل محدودی مثل u، به ردیابی دست پیدا کنیم باید $X_d(0)=X(0)$ باشد.

در ادامه کار، بردار خطای ردیابی و نیز سطح لغزش را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{X} = X - Xd = \left[\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ldots \tilde{x}^{(n-1)}\right]^T$$

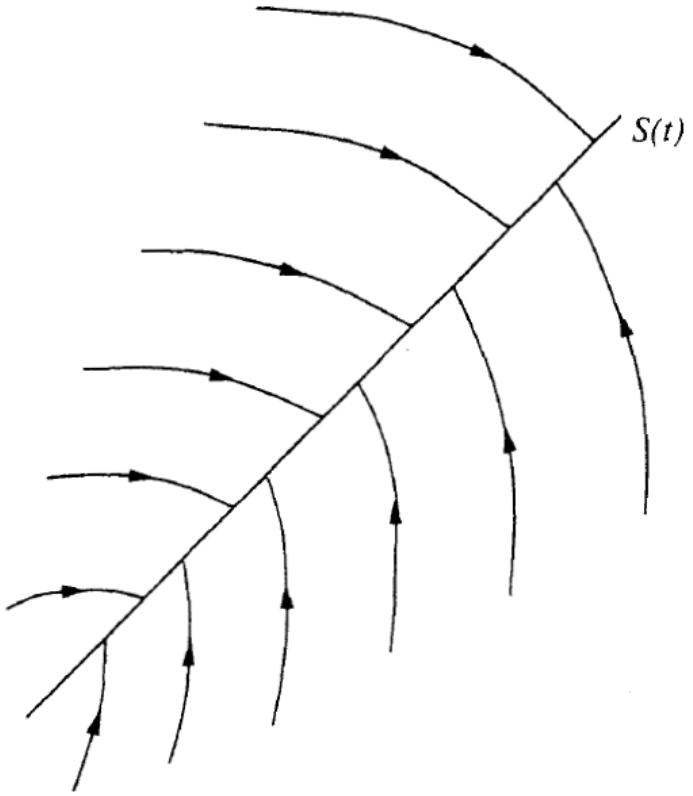
$$s(X;t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x}$$

که در آن پارامتر λ، یک مقدار ثابت دقیق و مثبت می‌باشد. سطح لغزش نیز در حقیقت یک جمع وزنی (Weighted) از خطاها می‌باشد. حال مسئله به این صورت خواهد شد که با داشتن شرایط اولیه معین شده شرط $X \equiv X_d$ معادل ***باقی ماندن روی سطح S(t) به ازای زمان‌های مثبت t*** خواهد بود.

در حقیقت، $s \equiv 0$ بیان‌گر یک معادله دیفرانسیل خطی است که حل یکتای آن با شرایط اولیه مذکور، $\tilde{X} \equiv 0$ می‌باشد. بنابراین مسئله ردیابی بردار n-بعدی X_d به مسئله نگهداشتن اسکالر s در مقدار صفر، تقلیل پیدا می‌کند. برای این منظور شرط زیر باید در بیرون سطح لغزش برقرار باشد:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2 \le -\eta\,|s|$$

که در آن پارامتر η یک مقدار ثابت دقیق و مثبت می‌باشد. این شرط در شکل زیر به تصویر کشیده شده است.



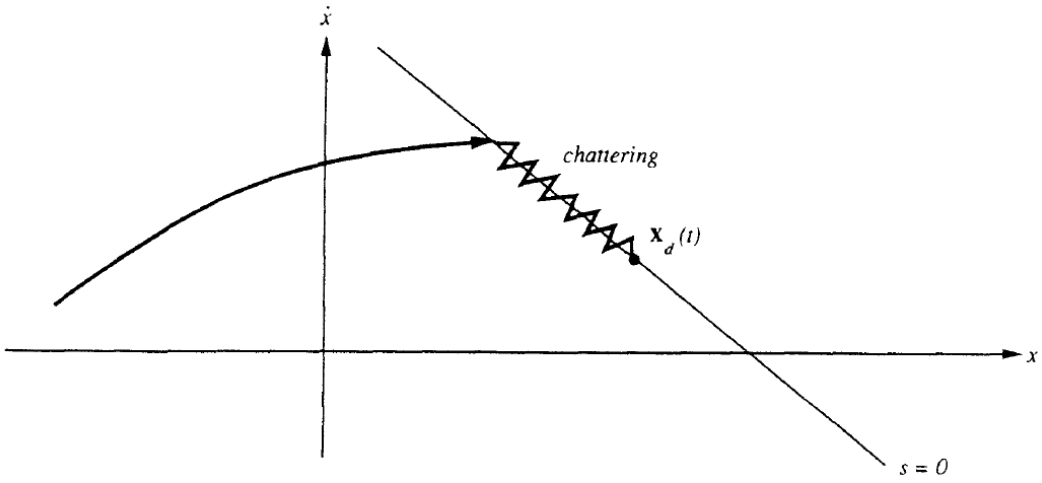
شکل ۱ - شرط لغزش

طبیعی است از هر نقطه فضا (غیر از s=0) شروع کنیم، تغییرات s^2 (که به تعبیری فاصله از سطح است) نسبت به زمان منفی خواهد بود. لذا این سطح، یک مجموعه لایتغیر (Invariant Set) است، یعنی تمام $\tilde{x}$ها روی سطح مساوی صفر هستند. پارامتر η نیز زمان رسیدن به سطح را تعیین می‌کند:

$$t_{reach} = \frac{|s(t=0)|}{\eta}$$

پدیده Chattering

با توجه به وجود عدم قطعیت، بدیهی است که قانون کنترل u باید در عرض s(t) به صورت ناپیوسته (Discontinuous) باشد. نظر به اینکه پیاده‌سازی سوئیچینگ‌های کنترل مربوطه لزوما ناکامل (Imperfect) است، لذا منجر به پیدایش پدیده‌ای به نام Chattering خواهد شد. این پدیده در شکل زیر به تصویر کشیده شده است.



شکل ۲ - پدیده Chattering

با توجه به اینکه پدیده Chattering یک پدیده فرکانس بالاست، لذا باعث تحریک مُدهای فرکانس بالای سیستم (که جزو عدم قطعیت‌های ساختار نیافته و مدل نشده هستند) شده و کارآیی کنترل‌کننده را زیر سئوال می‌برد.

برای رفع این مشکل، با ملایم کردن (Smoothing) مناسب قانون کنترل ناپیوسته u، می‌توان به یک مصالحه بهینه بین پهنای باند کنترل و دقت ردیابی دست یافت. این کار با تعریف یک ***لایه مرزی*** (Boundary Layer) نازک در همسایگی سطح سوئیچینگ به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\beta(t) = \{x, \mid s(X;t) \mid \leq \Phi\} \quad , \quad \Phi > 0$$

در اینجا نیز بدیهی است که سطح β نیز یک مجموعه لایتغیر می‌باشد.

محاسبه قانون کنترل

قانون کنترل u از دو قسمت u_{eq} و $u_{robustifying}$ تشکیل شده است. برای سطح لغزش $s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)\tilde{x}$ و برای حالت b=1، قانون کنترل (برای s=0) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} u = u_{eq} - KSgn(s) \\ K = F + \eta \\ \mid \hat{f} - f \mid \leq F \end{cases}$$

که در آن، $\hat{f}$ تخمینی از f می‌باشد.

حال اگر b دارای عدم قطعیت مشخصی در بازه $0 < b_{min} \le b \le b_{max}$ بوده و تخمین آن را به صورت $\hat{b} = \sqrt{b_{min} b_{max}}$ در نظر بگیریم، با تعریف حاشیه بهره به صورت $\begin{cases} \beta = \sqrt{\dfrac{b_{max}}{b_{min}}} \\ \beta^{-1} \le \dfrac{\hat{b}}{b} \le \beta \end{cases}$، قانون کنترل u به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} u = \hat{b}^{-1}\left[u_{eq} - KSgn(s)\right] \\ K \ge \beta(F+\eta) + (\beta - 1)\,|\,u_{eq}\,| \end{cases}$$

حال اگر بخواهیم برای رفع پدیده Chattering، سطح s=0 را به صورت $|s| \le \Phi$ تعریف کنیم، به جای تابع Sgn(s) از تابع $Sat\left(\dfrac{s}{\Phi}\right)$ استفاده می‌کنیم. در این صورت قانون کنترل برای دو حالت فوق به صورت زیر درمی‌آید:

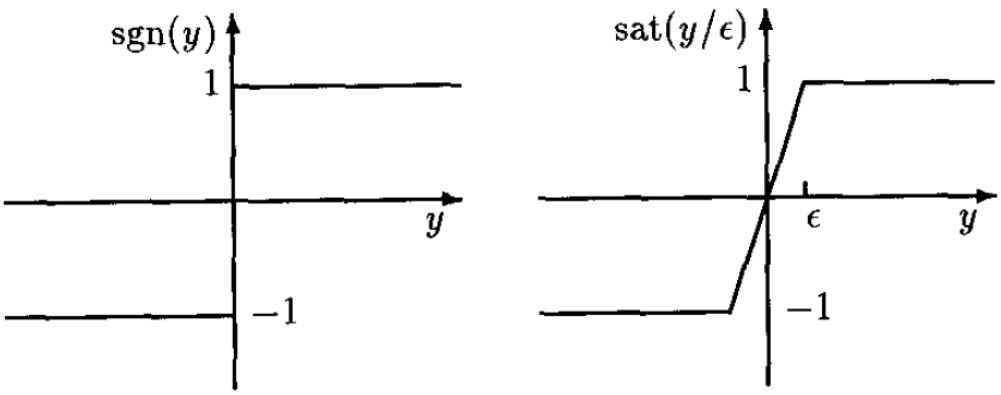
$$\begin{cases} u = u_{eq} - KSat\left(\dfrac{s}{\Phi}\right) \\ u = \hat{b}^{-1}\left[u_{eq} - KSat\left(\dfrac{s}{\Phi}\right)\right] \end{cases}$$

ذکر این نکته ضروری است که با تعریف سطح $|s| \le \Phi$، مسئله ردیابی به جای .P.T به ردیابی با دقت ε تبدیل می‌شود که میزان این دقت از رابطه $\varepsilon = \dfrac{\Phi}{\lambda^{n-1}}$ به دست می‌آید.

تعاریف و شکل‌های مربوط به دو تابع Sgn و Sat به صورت زیر می‌باشد:

$$Sgn(y) = \begin{cases} +1 & y \ge 0 \\ -1 & y < 0 \end{cases}$$

$$Sat(y) = \begin{cases} y & |y| \le 1 \\ Sgn(y) & |y| > 1 \end{cases}$$



شکل ۳ - توابع Sgn و Sat

معادلات دینامیکی سیستم Ball And Beam

مدل سیستم توپ و صفحه به شرح معادلات فضای حالت طبق روابط زیر است:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ k\left(\dot{\alpha}^2 x_1 + \dot{\alpha}\dot{\beta} x_3 + f_x / m - g \sin u_1\right) \\ x_4 \\ k\left(\dot{\alpha}\dot{\beta} x_1 + \dot{\beta}^2 x_3 + f_y / m - g \sin u_2\right) \end{bmatrix}$$

$$y = C[x_1, x_2, x_3, x_4]^T \qquad k = mr^2 / (mr^2 + I_b)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

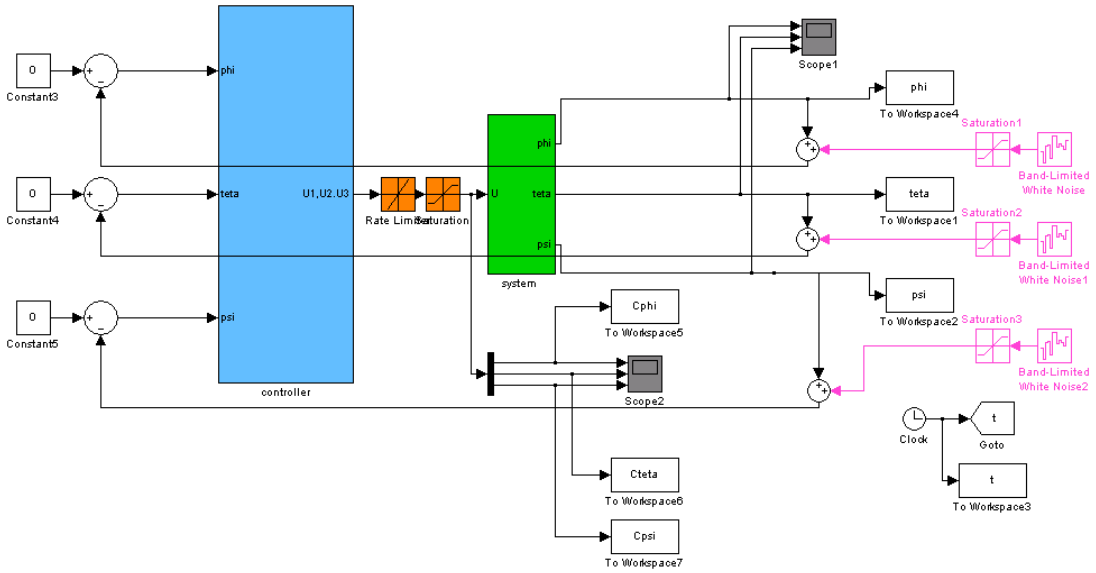
معادلات خطی سازی شده به صورت زیر می باشند:

که ضریب $k * g = 7$ است.

در این پروژه از معادلات خطی در حوزه فضای حالت و تابع تبدیل استفاده شده است. که تابع تبدیل سیستم به فرم ماتریسی در روابط زیر آمده است:

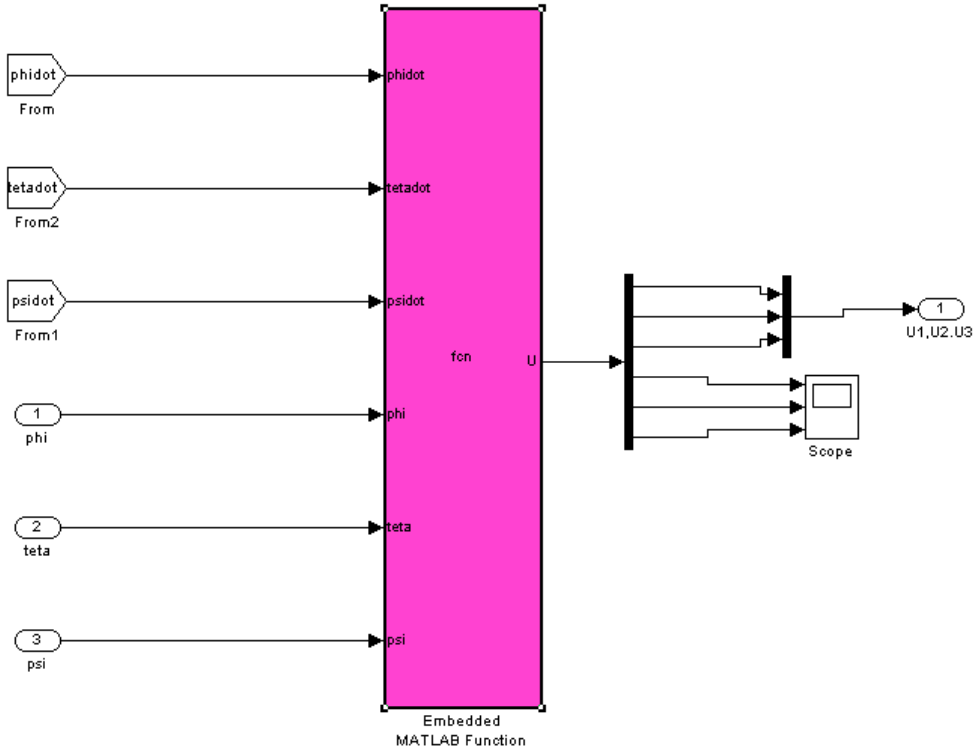
پیاده‌سازي و شبیه‌سازي سیستم در سیمولینك

شمای کلی برنامه سیمولینک در شکل زیر آمده است:

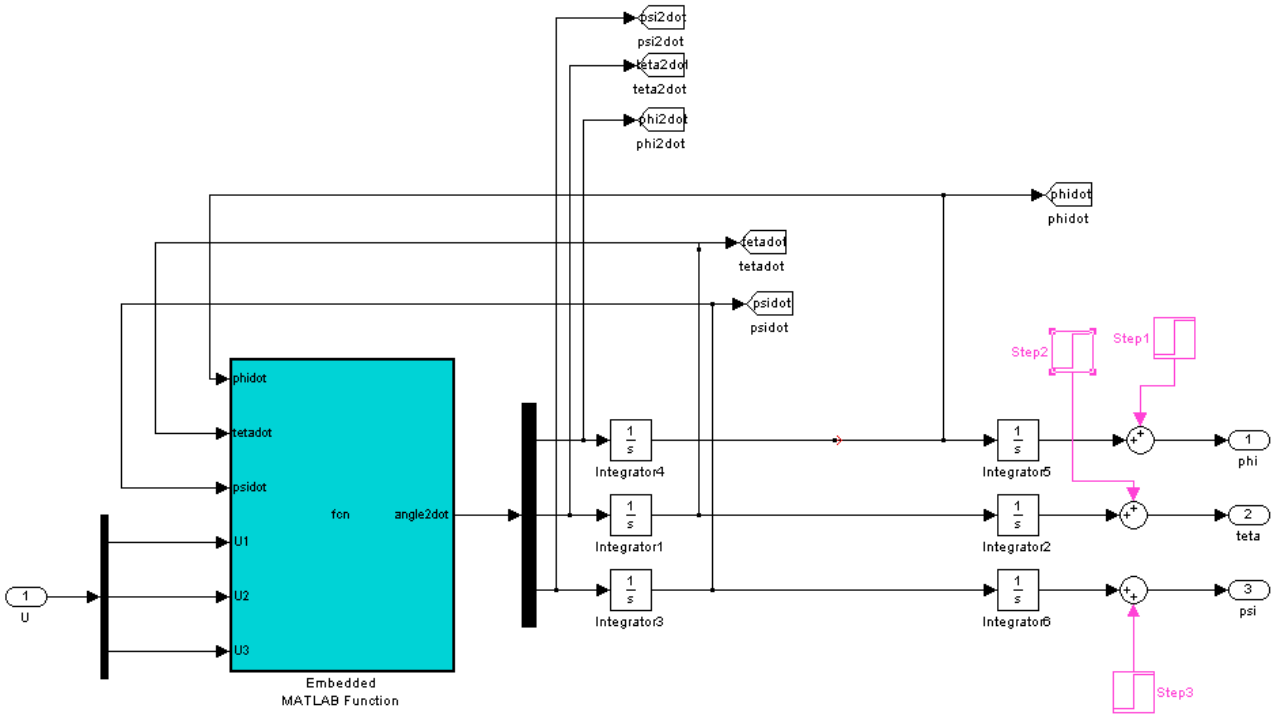


شکل (٤) سیستم ربات شبیه‌سازی شده با سیمولینک

در شکل‌های زیر زیرسیستم‌های مربوطه نیز آمده است:



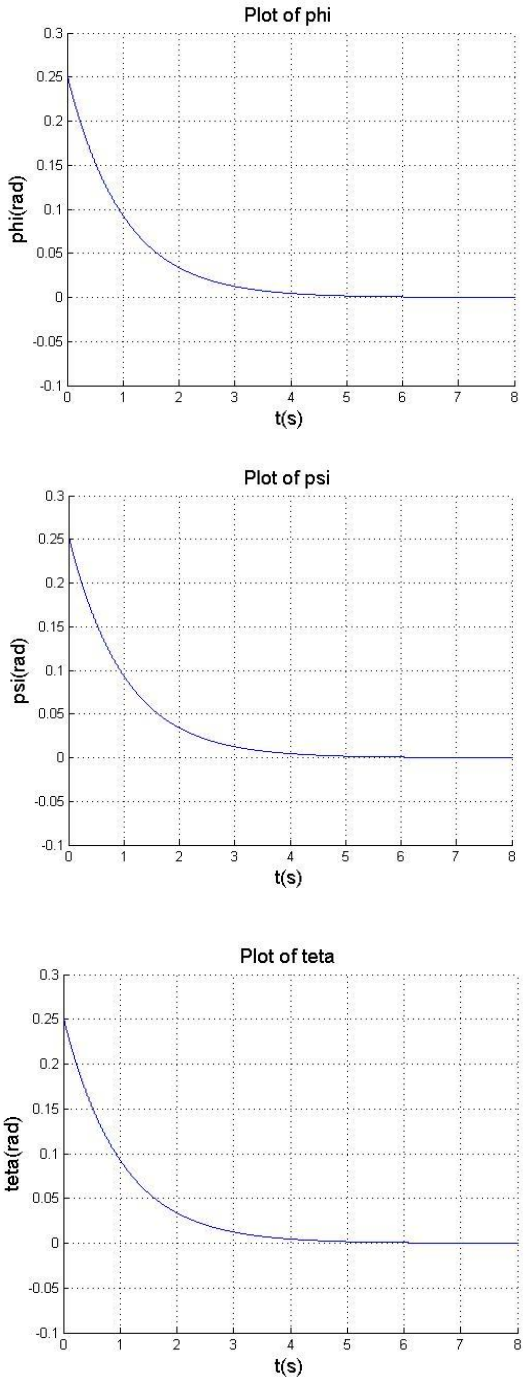
شکل (۵) زیرسیستم مدل ربات



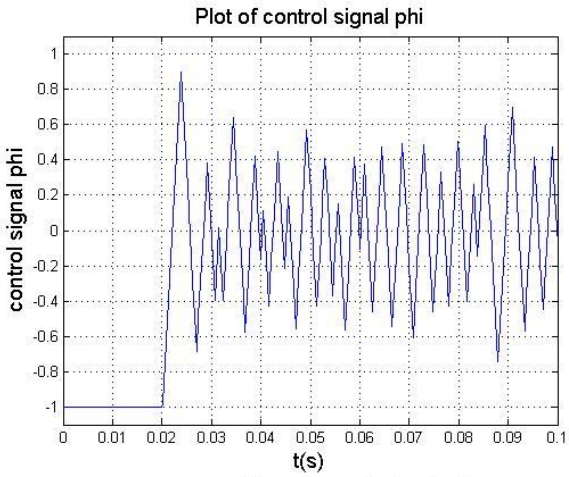
شکل (٦) زیرسیستم مدل مرجع

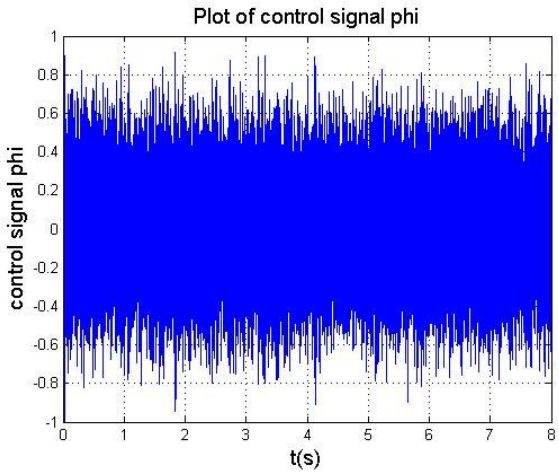
اعمال ورودي پله

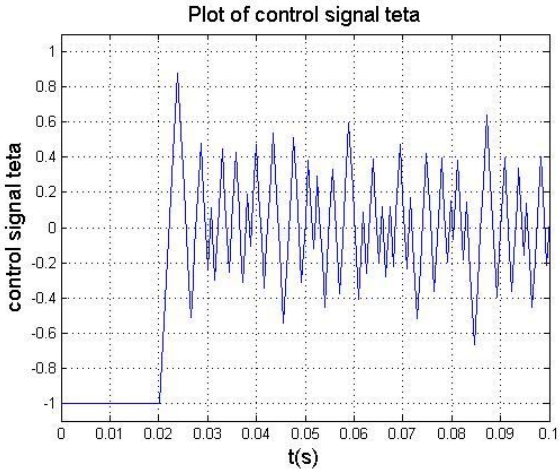
با اعمال ورودی پله با دامنه ۱ به هر سه ورودی، نمودارهای مربوط به زوایای خروجی، گشتاورهای اعمالی به jointهای ربات و نیز خطاهای تطابق مربوط به سه link در ادامه آمده است:

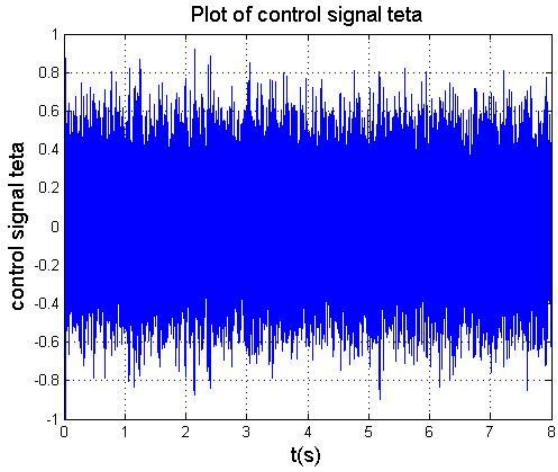


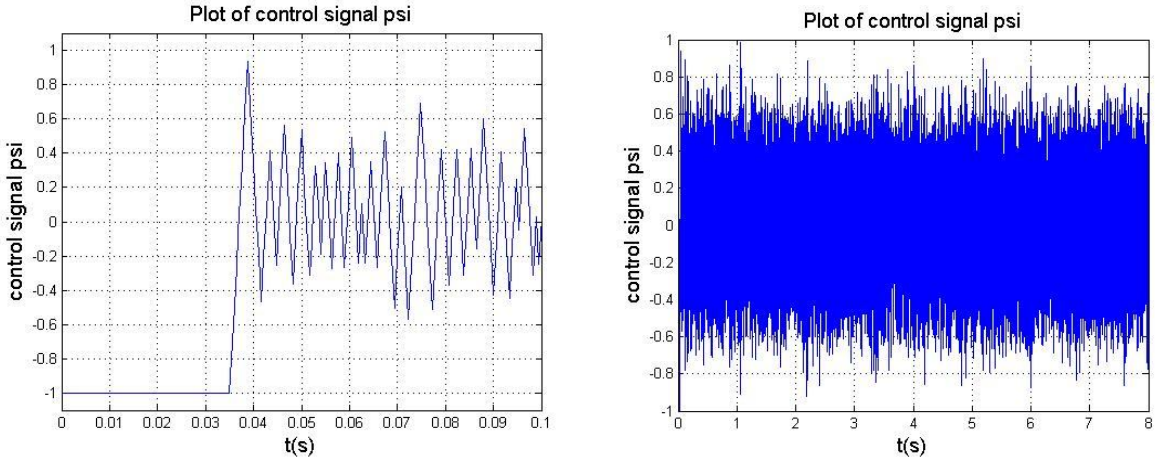
شکل (۷) نمودار زوایای θ_1، θ_2 و θ_3


Plot of control signal phi
control signal phi
t(s)


Plot of control signal phi
control signal phi
t(s)


Plot of control signal teta
control signal teta
t(s)

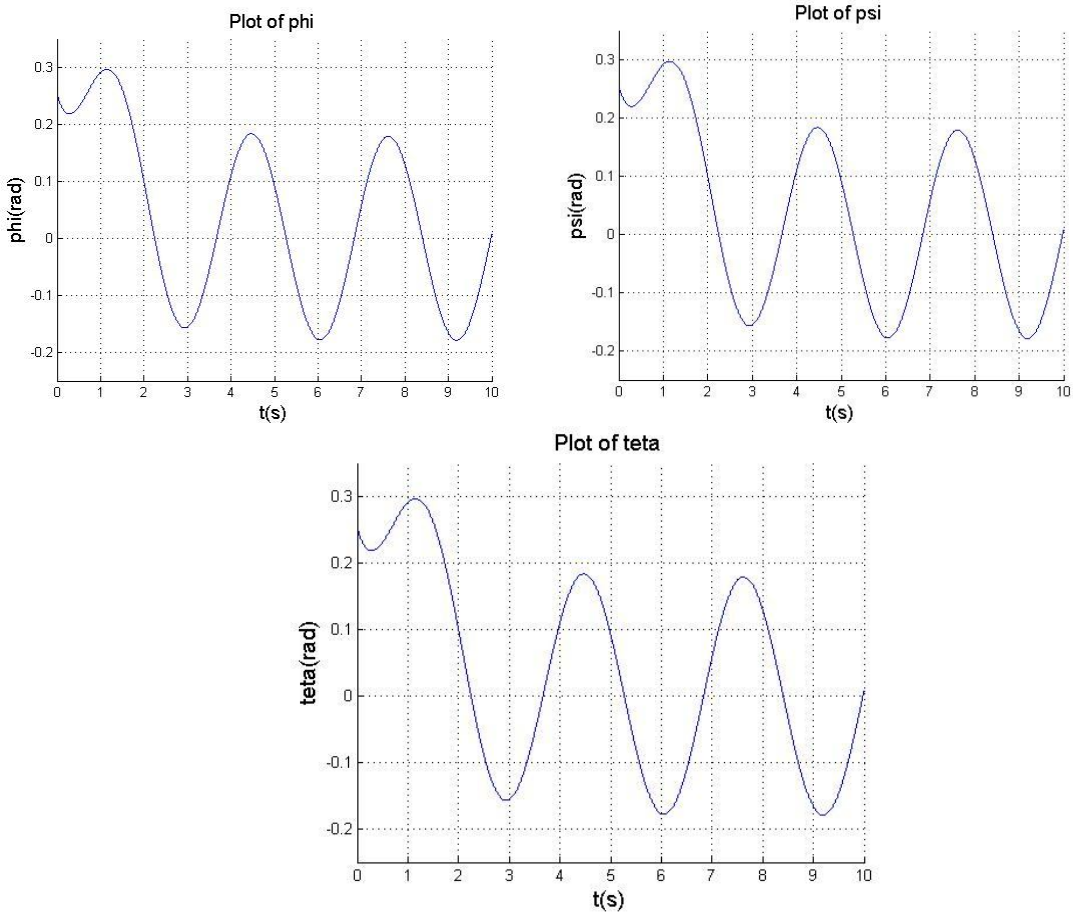

Plot of control signal teta
control signal teta
t(s)



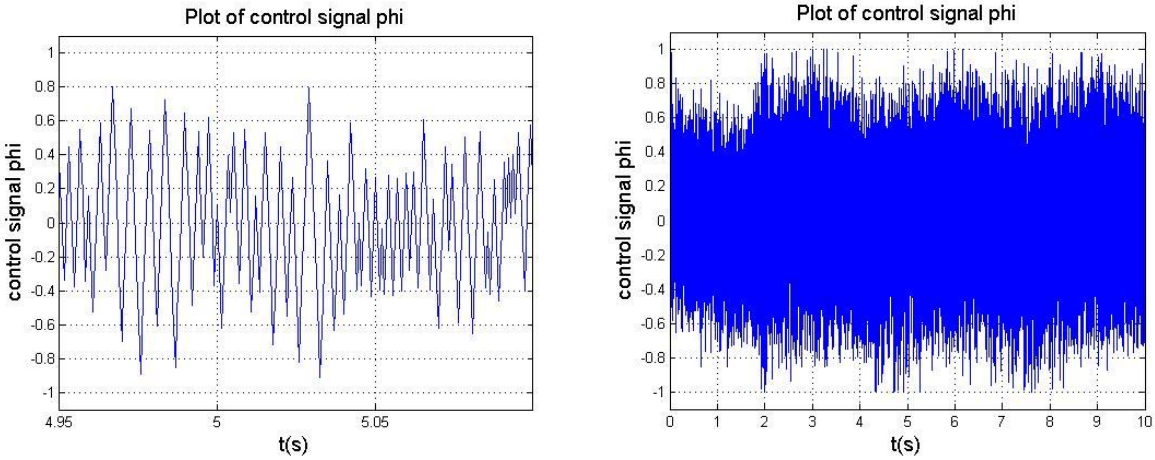
شکل (۸) نمودار گشتاورهای τ_1، τ_2 و τ_3

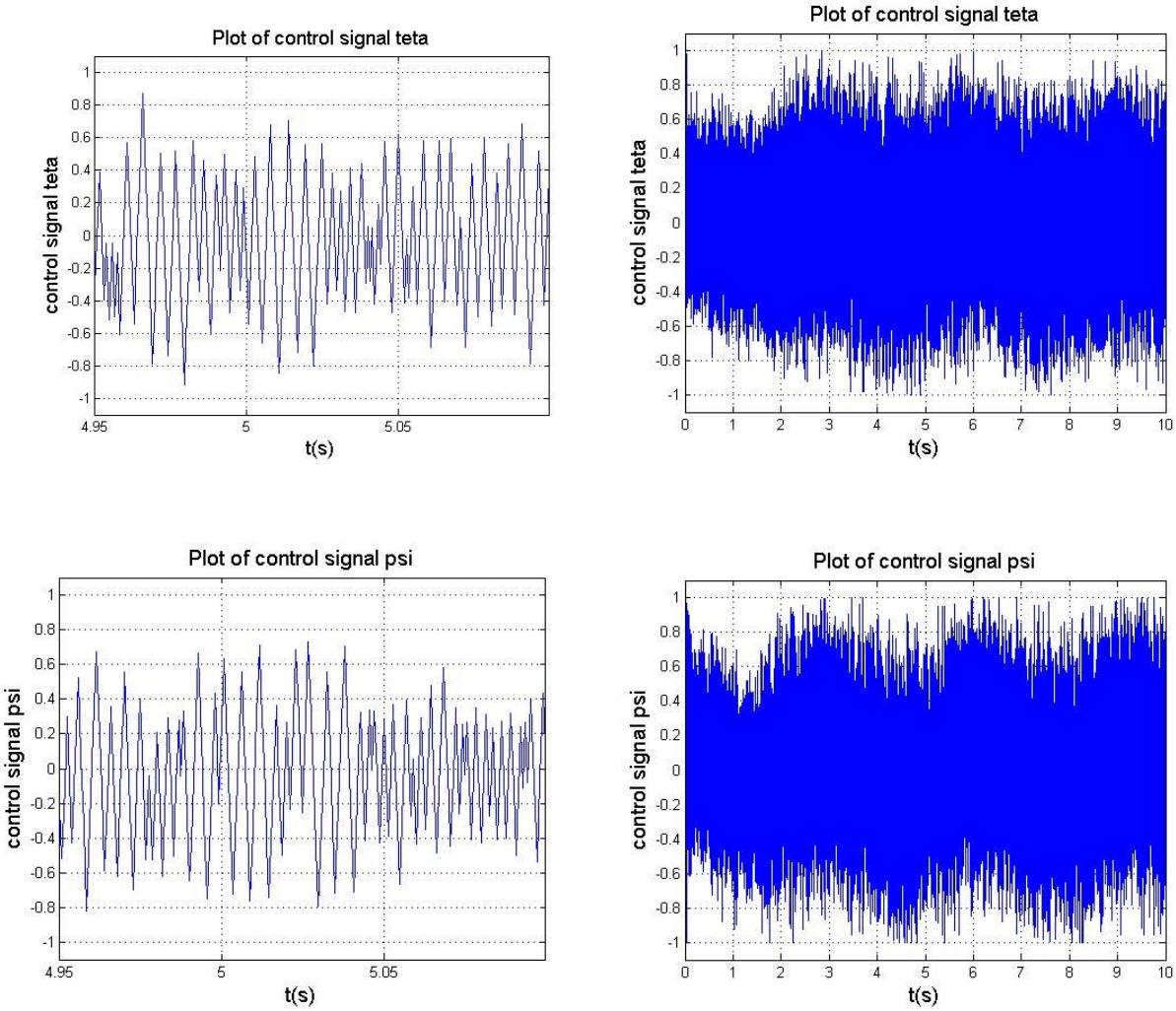
اعمال ورودي سينوسي

با اعمال ورودی سینوسی با دامنه‌های مختلف ۱، ۲ و ۳ و فرکانس Hz ۱ به سه ورودی، نمودارهای مربوط به زوایای خروجی، گشتاورهای اعمالی به jointهای ربات و نیز خطاهای تطابق مربوط به سه link در ادامه آمده است:



شکل (۹) نمودار زوایای θ_1، θ_2 و θ_3





شکل (۱۰) نمودار گشتاورهای τ_1، τ_2 و τ_3

نتیجه‌گیری

با مشاهده نمودارهای مربوطه مشخص می‌شود، همان‌طورکه در مقدمه نیز اشاره شد، روش کنترل تطبیقی یکی از روش‌های خوب و موفق در زمینه کنترل رباتیک می‌باشد. بدیهی است که سیستم قابل تنظیم ما توانسته به خوبی ماموریت خود را انجام داده و رفتار سیستم ربات را به رفتار مدل مرجع نزدیک کند. در ضمن مشاهده می‌شود که پاسخ سیستم به ورودی سینوسی به مراتب بهتر از ورودی پله می‌باشد.

مراجع

* Kevin M. Lynch, Naoji Shiroma, Hirohiko Arai, Kazuo Tanie,**"Collision-Free Trajectory Planinig for a 3-DOF Robot with a Passive Joint"**, International journal of Robotic Research, 2000.